



Caractérisation et modélisation du comportement de la phase dispersée dans les colonnes pulsées

Tojonirina Randriamanantena

► To cite this version:

Tojonirina Randriamanantena. Caractérisation et modélisation du comportement de la phase dispersée dans les colonnes pulsées. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2011. Français. NNT : 2011PA066047 . tel-00825558

HAL Id: tel-00825558

<https://theses.hal.science/tel-00825558>

Submitted on 24 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE DE DOCTORAT DE
L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité Mécanique des Fluides
Sciences Mécaniques Acoustiques et Electriques

Présentée par
M. Tojonirina RANDRIAMANANTENA

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

Caractérisation et modélisation du comportement de la phase dispersée dans les colonnes pulsées

Soutenue le 28/01/2011

devant le jury composé de :

M. Jean Duhamet	Examineur
M. Michel Lance	Rapporteur
M. Daniel Lhuillier	Examineur
M. Jean-Paul Magnaud	Invité
M. Olivier Masbernat	Rapporteur
M. Arnault Monavon	Directeur de thèse
M. Stéphane Zaleski	Examineur

Remerciements

Je tiens tout d’abord à remercier Michel LANCE et Olivier MASBERNAT pour avoir accepté d’être les rapporteurs de mon travail, ainsi que Daniel LHUILLIER et Stéphane ZALESKI pour avoir participé à mon jury.

Ce travail a été dirigé par Arnault MONAVON et Jean DUHAMET. Je souhaite leur adresser mes remerciements les plus sincères, pour m’avoir fait profiter de leur expérience, de leur rigueur et pour tout le temps qu’ils ont su me consacrer. Je tiens à remercier mon encadrant Jean-Paul MAGNAUD qui m’a soutenu avec enthousiasme pendant le temps que j’ai passé au Commissariat à l’Energie Atomique et m’a accompagné de très près dans cette aventure.

Je remercie Laurence BOISSET de m’avoir accueilli au sein du Service de Génie Chimique et Systèmes à Marcoule.

Ma thèse s’est déroulée dans le Laboratoire de Génie Chimique et d’Instrumentation (LGCI) du CEA de Marcoule. Je remercie l’ensemble des personnes qui font ou qui ont fait partie de ce laboratoire pour leur accueil, leurs conseils et toutes les discussions intéressantes que j’ai pu avoir avec eux. Je remercie en particulier Denis ODE qui a eu la gentillesse de m’accueillir dans son laboratoire et qui, par ses nombreuses interventions, m’a évité bien des lourdeurs administratives.

Merci aussi à Isabelle TKATSCHENKO du Laboratoire d’Etudes Expérimentales des Fluides de Saclay qui a aimablement prêté le matériel d’acquisition rapide sans lequel nous n’aurions pu mettre au point les méthodes de mesure.

Je souhaite remercier également Benjamin CARITEAU et Fabrice LAMADIE, qui m’ont accompagné pendant les campagnes d’essais et qui ont partagé avec moi toute leur expérience. Sans eux, ce travail n’aurait probablement pas vu le jour. Je n’oublie pas les irremplaçables Thierry DAVIN et frères SOUQUE ainsi que Florent GANDI.

Merci à "Barbu" et à son sens des choses, mais aussi aux inconditionnels du PDS ...

Je pense enfin à Frédéric DABBENE et Stéphane GOUNAND qui m’ont souvent dépanné.

Résumé

Dans un contexte où il est devenu vital de réduire l'impact de l'activité humaine sur l'environnement, l'optimisation du recyclage des combustibles nucléaires prend une place grandissante. L'extraction liquide-liquide, procédé au coeur du recyclage, met en contact deux phases immiscibles dont une dispersée sous forme de gouttes. L'échange de matière entre les deux liquides est étroitement lié à la surface d'échange produite par l'appareil utilisé. La colonne pulsée, exploitée à une échelle industrielle, fait l'objet de cette étude dont le but est de fournir un modèle mathématique capable de prévoir la quantité d'aire interfaciale produite afin de permettre un meilleur dimensionnement des appareils.

Les travaux menés au cours de cette thèse se sont axés autour de deux thèmes principaux : la caractérisation des émulsions en colonne pulsée et la modélisation du comportement de la phase dispersée. La phase de caractérisation a eu pour objectif de mesurer les données nécessaires à la connaissance de l'émulsion et au calibrage du modèle mathématique. Pour se mettre en conformité avec la nature eulérienne du modèle, un système de synchronisation des mesures avec le cycle de pulsation de la colonne a été mis en place. Des techniques de mesure innovantes, par traitement d'images, exploitant cette synchronisation ont été développées pour permettre de mesurer le taux de rétention moyen (fraction volumique), la distribution des tailles de gouttes, l'anisotropie ainsi que l'aire interfaciale volumique moyenne. Ces travaux expérimentaux ont fait l'objet d'une communication orale à l'International Congress on Multiphase Flow (ICMF 2010).

La phase de modélisation s'est appuyée sur les travaux de D. LHUILLIER qui fournit un modèle eulérien d'émulsion de type « modèle de mélange ». L'émulsion y est perçue comme une phase unique, pseudo continue, aux propriétés pondérées par les fractions volumiques respectives de chacune des phases présentes. La nouveauté du modèle réside sur l'emploi d'une équation de transport de l'aire interfaciale volumique, grandeur clé pour le dimensionnement et la mesure de l'efficacité des appareils d'extraction liquide-liquide. L'évolution de cette grandeur est le résultat de la compétition entre quatre phénomènes principaux que sont la déformation, le retour à l'isotropie, la coalescence et la fragmentation. La restitution correcte de cette physique a nécessité l'emploi d'une méthode de « fractionnement du pas de temps » où les effets de chaque phénomène sont pris en compte de façon séquentielle pour que les termes puits comme le retour à l'isotropie ou la coalescence n'effacent pas instantanément la production générée par les termes source. Dans un premier temps l'ajustement du modèle s'est basé sur des données de la littérature mettant en jeu des géométries académiques comme le convergent-divergent. Les données expérimentales fraîchement acquises ont ensuite servi à apporter une première validation du modèle sur une géométrie moins courante, la colonne pulsée.

Mots-clés : aire interfaciale volumique, émulsion, modèle eulérien, traitement d'images, HOUGH, taux de rétention, expériences, gouttes

Abstract

Characterization and modelling of the dispersed phase behaviour in a pulsed column with discs and doughnuts

In a context that requires the reduction of human impact on the environment, optimizing the recycling of nuclear spent fuel is of increasing importance. The liquid-liquid extraction, one of the main processes of spent fuel recycling, brings together two immiscible phases one of which dispersed into droplets. The mass exchange between both liquids is closely linked to interfacial area produced by the equipment used. Already operated on an industrial scale, the pulsed column is the subject of this work which aims at providing a mathematical model for the prediction of the amount of interfacial area produced so as to allow a better design of devices.

The work in this thesis focuses on two main themes : the characterization of emulsions produced by pulsed columns and modelling the dispersed phase behaviour.

The characterization step is intended to measure the data required for a better understanding of the emulsion and to calibrate the model. In order to comply with the eulerian nature of the model, measures were synchronized with the pulsation cycle. Innovative measurement techniques based on image processing and exploiting this synchronization have been developed to assess the average hold-up rate, the drop sizes distribution, the anisotropy and the average interfacial area density. These experimental works have been the subject of an oral presentation at the International Conference on Multi-phase Flows (ICMF 2010).

The modelling was based on D. LHUILLIER's work who provides an eulerian mixture model for the emulsion. The emulsion is perceived as a pseudo-continuous single phase whose properties are weighted by the respective volume fraction of each present phase. The novelty of the model lies on the use of a transport equation for interfacial area density which is the keystone of the design and the assessment of the efficiency of liquid-liquid extraction devices. The evolution of Interfacial area density is the result of the competition between four main phenomena that are : the drops deformation, the return to isotropy, coalescence and drops break-up. The correct reproduction of this physics necessitated a splitting of the time step where the effects of each phenomenon are taken into account sequentially. Otherwise, as a consequence of the equations of the model, the return to isotropy instantly balance deformations effects making it impossible to trigger fragmentation from drops deformation. Initial fitting of the model was based on data taken from literature involving academic geometries like the convergent-divergent. The newly acquired experimental data were then used to make an first validation of the model on a less common geometry, the pulsed column.

Key words : volumic interfacial area, emulsion, eulerian model, buoyancy, image processing, experiments, HOUGH hold up rate, droplets

Table des matières

1	Introduction	17
1.1	Description d'une colonne pulsée	19
1.2	Régimes de fonctionnement	20
2	Etat de l'art	23
2.1	Ecoulement en colonne pulsée	23
2.1.1	Première détermination du type d'écoulement	23
2.1.2	Description de l'écoulement	24
2.1.3	Conclusion sur l'écoulement en colonne pulsée	27
2.2	Modèles diphasiques	28
2.2.1	Approche Lagrangienne	28
2.2.2	Approche eulérienne	39
2.3	Fragmentation	41
2.3.1	Fragmentation de type visqueuse, la théorie de HINZE	41
2.3.2	Rupture par instabilités capillaires	44
2.3.3	Modèle vibratoire de fragmentation en écoulement turbulent	44
2.4	Besoins, objectifs et démarche	45
2.4.1	Grandeurs à mesurer	45
2.4.2	Démarche retenue	45
3	Dispositif expérimental	47
3.1	Montage expérimental	47
3.1.1	Présentation de la colonne	47
3.1.2	Système de phase	49
3.1.3	Caractéristiques des signaux de pulsation	50
3.1.4	Synchronisation	53
4	Les méthodes de mesure	57
4.1	Taux de rétention	57
4.1.1	Principe de la méthode	57
4.1.2	Nettoyage des images	58
4.2	Aire interfaciale volumique	60
4.2.1	Algorithme de HOUGH	60
4.2.2	Calcul de l'aire interfaciale volumique sur chaque pixel	78

4.3	Mesure d'anisotropie	79
4.3.1	Valeurs propres et vecteurs propres	80
4.3.2	Conditions de mesure	81
5	Résultats et commentaires	85
5.1	Fraction volumique	85
5.1.1	Cycle de fraction volumique	86
5.1.2	Influence de la fréquence, sans contre-courant	86
5.1.3	Influence du contre-courant	88
5.1.4	Influence de l'étage	89
5.1.5	Conclusions sur le taux de rétention	90
5.2	Aire interfaciale volumique	90
5.2.1	Conditions expérimentales aux différentes fréquences	90
5.2.2	Cycle d'aire interfaciale volumique en amont à 1Hz	92
5.2.3	Cycle d'aire interfaciale volumique en aval à 1Hz	93
5.2.4	Bilan d'aire interfaciale volumique à 1Hz	94
5.2.5	Cycle d'aire interfaciale volumique en amont à 0,5Hz	95
5.2.6	Cycle d'aire interfaciale volumique en aval à 0,5Hz	96
5.2.7	Bilan d'aire interfaciale volumique à 0,5Hz	96
5.2.8	Cycle d'aire interfaciale volumique en amont à 2Hz	97
5.2.9	Cycle d'aire interfaciale volumique en aval à 2Hz	98
5.2.10	Bilan d'aire interfaciale volumique à 2Hz	99
5.2.11	Conclusions sur l'aire interfaciale volumique	99
5.3	Anisotropie	100
5.3.1	Anisotropie moyenne en amont du garnissage	100
5.3.2	Anisotropie moyenne en aval à 1Hz	101
5.3.3	Anisotropie moyenne en aval à 2Hz	102
5.3.4	Anisotropie moyenne en aval à 0,5Hz	103
5.3.5	Lien paramètre de forme et tenseur taux de déformation	104
5.4	Histogrammes de population	105
5.4.1	Vérification préliminaire à 1Hz	106
5.4.2	Évolution de la population au cours du cycle à 1Hz en entrée	107
5.4.3	Évolution de la population au cours du cycle à 1Hz en sortie	108
5.4.4	Comparaison entrée-sortie 1Hz pour chaque instant du cycle	109
5.4.5	Vérification préliminaire à 0,5Hz	110
5.4.6	Évolution de la population au cours du cycle à 0,5Hz en entrée	112
5.4.7	Évolution de la population au cours du cycle à 0,5Hz en sortie	113
5.4.8	Comparaison entrée-sortie 0,5Hz pour chaque instant du cycle	114
5.4.9	Évolution de la population au cours du cycle à 2Hz en entrée	115
5.4.10	Évolution de la population au cours du cycle à 2Hz en sortie	116
5.4.11	Comparaison entrée-sortie 2Hz pour chaque instant du cycle	117
5.4.12	Comparaison des pouvoirs dispersifs de chaque fréquence	117
5.4.13	Conclusion sur les histogrammes	118

6	Modélisation	121
6.1	Présentation du modèle	121
6.1.1	Modèle	122
6.1.2	Cas des faibles anisotropies et principe de réversibilité	127
6.2	Nombres adimensionnels	128
6.3	Carte de valeurs des nombres adimensionnels	130
6.4	Pré-validation par la littérature	131
6.4.1	Montage expérimental	132
6.4.2	Fluides et caractéristiques physiques	132
6.4.3	Conditions opératoires	132
6.4.4	Calcul	133
6.5	Mise en place de la fragmentation	137
6.5.1	Application au cas GODBILLE	139
6.6	Calcul de colonne pulsée.	140
6.6.1	N étages identiques, conduite du calcul	140
7	Confrontation au modèle	151
7.1	Confrontation avec le calcul	151
7.1.1	Comparaison à 0,5Hz	151
7.1.2	Comparaison à 1Hz	154
7.1.3	Comparaison à 2Hz	155
7.1.4	Conclusion sur la confrontation	156
8	Conclusion	159
	Glossaire	161
	Acronymes	163
	Références	169
A	Interface de mesure d'anisotropie	171
B	Montage électronique	173
B.1	Montage de traitement électronique	173
C	Conversion de données PIV vers Castem	175

Table des figures

1.1	Schéma descriptif d'une colonne pulsée.	19
1.2	Évolution du taux de rétention moyen en fonction de l'intensité de pulsation. . .	21
1.3	Diagramme de SEGE et WOODFIELD : Régimes de fonctionnement de colonne pulsée.	22
2.1	Évolution des structures tourbillonnaires au cours d'un cycle[66]	25
2.2	Évolution du volume recirculé au cours d'une période, $A/H = 0,188$, [66]	26
2.3	Évolution du volume recirculé au cours d'une période, $fD^2/\nu = 625$, [66]	26
2.4	(a) lignes de courant, (b) isovaleur de vitesse, (c) isovaleur de pression, $fD^2/\nu =$ 625 et $A/H = 0,188$, [66]	27
2.5	Effet du choix de k_{max} sur g_p	31
2.6	Comparaison de quelques modèles	31
2.7	Test du modèle corrigé de TAVLARIDES	32
2.8	Représentation de $f^*(D, D_0)$ [TAVLARIDES 1994]	35
2.9	Représentation de $f^*(D^*)$ [MARTÍNEZ BAZÁN 1999]	37
2.10	Représentation de $f^*(D^*)$, variation de (D_0) , [MARTÍNEZ BAZÁN 1999] . .	38
2.11	Étirement	43
2.12	Rétrécissement avant rupture	43
2.13	Ondes capillaires	44
2.14	Déformations avant rupture	45
2.15	Démarche expérimentale simplifiée	46
3.1	Schéma descriptif de la colonne pulsée	47
3.2	Effets de la double enveloppe.	48
3.3	Données géométriques de la colonne pulsée.	49
3.4	Ajustement optique	50
3.5	Comparaison des systèmes de phase.	50
3.6	Signal de pulse à 1Hz	51
3.7	Signal de pulse à 2Hz	52
3.8	Signal de pulse à 0,5Hz	52
3.9	Description schématique du système de synchronisation	54
3.10	Extrait du fichier *.cih	54
3.11	Extrait d'enregistrement des signaux.	55
3.12	Convergence	56

4.1	Méthode de calcul du taux de rétention	58
4.2	Écart type de luminosité	59
4.3	Reflets changeants	59
4.4	Effets du nettoyage	60
4.5	Principe de HOUGH cercles	61
4.6	Exemple de détection	62
4.7	Cheminement suivi pour obtenir les contours	62
4.8	Image de fond	63
4.9	Remplissage de la matrice de HOUGH.	64
4.10	Matrice RMAP.	65
4.11	Principe de HOUGH cercles	67
4.12	Découpage du contour global.	67
4.13	Evolution de l'écart des surfaces en fonction de l'étirement de l'ellipse	69
4.14	Evolution de l'écart des volumes en fonction de l'étirement de l'ellipse	70
4.15	Solution de HOUGH	71
4.16	Évolution de β en fonction du paramètre $\chi(??)$	72
4.17	Évolution de β en fonction du paramètre $\chi(??)$	72
4.18	Évolution de χ en fonction du paramètre Γ^{-1}	73
4.19	Évolution du nombre de pixels commun à une ellipse et un cercle qui s'y appuie	73
4.20	Évolution de β en fonction du paramètre χ et des diverses corrections utilisées	74
4.21	Anisotropie des gouttes en amont du garnissage	75
4.22	Convergence de la mesure d'anisotropie	75
4.23	Anisotropie des gouttes en aval du garnissage à 2Hz	76
4.24	Convergence de la mesure d'anisotropie à 2Hz	76
4.25	Anisotropie des gouttes en aval du garnissage à 0,5Hz	77
4.26	Convergence de la mesure d'anisotropie à 0,5Hz	77
4.27	Pixel interceptant plusieurs gouttes	78
4.28	Projection d'un élément de surface	79
4.29	Correspondance spatiale	81
4.30	Erreur de positionnement relative	82
4.31	Erreur relative	82
4.32	Erreur en fonction de l'angle	83
4.33	Prise de vues orthogonales.	84
4.34	Trajectoire 3D obtenue à partir des images à 45 degrés	84
5.1	Evolution sur une période complète de ϕ_d	86
5.2	Evolution de ϕ_d dans le premier étage de la colonne	87
5.3	Evolution de ϕ_d	87
5.4	Evolution de ϕ_d sans contre courant	88
5.5	Influence du contre-courant	88
5.6	Champ de fraction volumique à 1Hz	89
5.7	Influence de l'étage	89
5.8	Influence de l'étage, suite	90

5.9	Localisation des volumes de contrôle.	91
5.10	Cycle d'aire interfaciale volumique à 1Hz dans le volume de contrôle amont. . . .	92
5.11	Cycle d'aire interfaciale volumique à 1Hz dans le volume de contrôle aval.	93
5.12	Accumulation de gouttes	93
5.13	Cycle de production d'aire interfaciale volumique à 1Hz.	94
5.14	Cycle d'aire interfaciale volumique à 0,5Hz dans le volume de contrôle amont. . . .	95
5.15	Cycle d'aire interfaciale volumique à 0,5Hz dans le volume de contrôle aval.	96
5.16	Cycle de production d'aire interfaciale volumique à 0,5Hz.	97
5.17	Cycle d'aire interfaciale volumique à 2Hz dans le volume de contrôle amont.	97
5.18	Cycle d'aire interfaciale volumique à 2Hz dans le volume de contrôle aval.	98
5.19	Cycle de production d'aire interfaciale volumique à 2Hz.	99
5.20	Anisotropie des gouttes en amont du garnissage	100
5.21	Convergence de la mesure d'anisotropie	101
5.22	Anisotropie des gouttes en aval du garnissage à 1Hz	101
5.23	Convergence de la mesure d'anisotropie à 1Hz	102
5.24	Anisotropie des gouttes en aval du garnissage à 2Hz	102
5.25	Convergence de la mesure d'anisotropie à 2Hz	103
5.26	Anisotropie des gouttes en aval du garnissage à 0,5Hz	103
5.27	Convergence de la mesure d'anisotropie à 0,5Hz	104
5.28	Lien entre déformation de goutte et écoulement	105
5.29	Taux de rétention moyens à 1Hz dans les volumes de contrôle amont et aval. . . .	106
5.30	Volume de contrôle calculé à 0,5Hz.	107
5.31	Distribution de taille de gouttes en entrée à 1Hz	107
5.32	Distribution de taille de gouttes en sortie à 1Hz	108
5.33	Comparaison des distributions de tailles à 1Hz	109
5.34	Taux de rétention moyens à 0,5Hz dans les volumes de contrôle amont et aval. . .	110
5.35	Volume de contrôle aval.	110
5.36	Volume de contrôle calculé à 0,5Hz.	111
5.37	Vitesse de chute des gouttes en fonction de leur diamètre	111
5.38	Distribution de taille de gouttes en entrée à 0,5Hz	112
5.39	Distribution de taille de gouttes en sortie à 0,5Hz	113
5.40	Comparaison des distributions de tailles à 0,5Hz	114
5.41	Distribution de taille de gouttes en entrée à 2Hz	115
5.42	Distribution de taille de gouttes en sortie à 2Hz	116
5.43	Comparaison des distributions de tailles à 2Hz	117
5.44	Effet des fréquences	118
6.1	carte de valeurs des nombres adimensionnels	131
6.2	Évolution de la norme de la vitesse	133
6.3	Comparaison de l'aire interfaciale volumique calculée avec le modèle et les mesures de GODBILLE	134
6.4	Influence de KH sur l'évolution de l'aire interfaciale volumique calculée	135
6.5	Taux de déformation de la goutte en fonction du nombre capillaire	136

6.6	Evolutions de Ca	136
6.7	Nombre capillaire critique en fonction de α	138
6.8	Iso- α	139
6.9	Carte des capillaires critiques	140
6.10	n étages identiques	141
6.11	conduite du calcul	141
6.12	Conditions aux limites en vitesse	143
6.13	Évolution des composantes verticales moyennes de vitesse	143
6.14	Evolution de l'intégrale de A dans l'étage	144
6.15	Conséquence de la constance du taux de rétention	145
6.16	Evolution de l'intégrale de ϕ_d dans l'étage	145
6.17	Convergence en temps	146
6.18	Rayons moyens calculés	146
6.19	Effets du transport du taux de rétention	147
6.20	Convergence en temps avec fragmentation	147
6.21	Champs Castem	148
7.1	Evolutions de $\langle A \rangle$ et de $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ à 0,5Hz au cours d'une période	152
7.2	Évolution de la production en sortie des étages successifs à 0,5Hz.	153
7.3	Evolutions de $\langle A \rangle$ et de $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ à 1Hz au cours d'une période	154
7.4	Évolution de la production en sortie des étages successifs à 1Hz.	155
7.5	Evolutions de $\langle A \rangle$ et de $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ à 2Hz au cours d'une période	155
7.6	Évolution de la production en sortie des étages successifs à 2Hz.	156
7.7	Photo d'une goutte collée au garnissage.	157
A.1	Exploitation combinée de l'image et du champ de vitesse	171
B.1	Traitement électronique.	173
B.2	Effets de l'offset.	174
C.1	Reconstitution point par point des iso-valeurs de normes de vitesse	176
C.2	Résultat de reconstitution	177

Chapitre 1

Introduction

Dans un contexte où la réduction de l'impact de l'activité humaine sur l'environnement est devenu incontournable, l'optimisation du recyclage des combustibles nucléaires prend une place grandissante. Au coeur de ce processus de recyclage, l'extraction liquide-liquide permet de récupérer l'uranium et le plutonium présents dans les combustibles nucléaires usés par extraction sélective. Le combustible est préalablement dissous dans une solution d'acide nitrique puis on utilise les propriétés d'extraction sélective d'une molécule solubilisée dans une phase organique pour séparer l'uranium et le plutonium. Pour réaliser pratiquement cette opération, il est nécessaire de disposer d'une aire interfaciale d'échange importante entre les deux phases. Ainsi dans les colonnes pulsées qui constituent les appareils habituellement mis en oeuvre pour ces opérations, les deux phases sont mises en contact en dispersant l'une sous forme de gouttes dans l'autre phase. L'optimisation du processus de recyclage passe par une amélioration du dimensionnement des contacteurs comme la colonne pulsée dont l'efficacité est notamment liée à la création d'une aire interfaciale suffisante pour assurer le transfert de matière. Malgré des décennies consacrées à l'étude de ces appareils, leur dimensionnement n'est pas encore parfaitement maîtrisé. Il n'est pas possible de prévoir avec précision le fonctionnement hydrodynamique d'une colonne pulsée pour des conditions opératoires et géométriques données.

Le recours aux modèles mathématiques permet d'apporter de nouveaux éléments d'aide à cette étape de dimensionnement en permettant de prévoir l'efficacité d'un appareil en fonction de sa géométrie et des conditions opératoires. Cette étude s'inscrit dans cette logique et propose, sur la base de travaux de D. LHUILLIER[15], une modélisation dite *eulérienne* des écoulements observés dans la colonne pulsée. L'émulsion y est considérée comme un milieu "pseudo-continu" aux propriétés pondérées par les fractions volumiques respectives de chaque phase. La particularité du modèle repose sur l'utilisation d'une équation de transport d'**Aire interfaciale volumique** au coeur des problèmes d'efficacité de colonne et donc du dimensionnement de celles-ci.

Avant de présenter dans le détail les équations constitutives de ce modèle, il est important de rappeler le mode de fonctionnement d'une colonne pulsée et les régimes qui la caractérisent selon les conditions mises en oeuvre.

Les philosophies lagrangiennes et eulériennes seront ensuite présentées ainsi que les approches possibles adoptées pour mettre en oeuvre ces types de modélisation. Un rappel théorique sur quelques phénomènes de fragmentation clôturera cette section pour donner une première idée des phénomènes physiques rencontrés dans la colonne.

De part la nature eulérienne du modèle, les grandeurs manipulées sont essentiellement des moyennes que l’on appellera des [moyennes synchrones](#). Elle traduisent le comportement moyen de l’émulsion à un instant donné. Pour mesurer ces grandeurs dans la colonne pulsée de façon non intrusive, nous avons fait le choix d’utiliser des méthodes basées sur le traitement d’image. L’utilisation fiable de telles méthodes a requis la mise en place d’un dispositif expérimental particulier dont la description fait l’objet du troisième chapitre.

Les méthodes mises en oeuvre ainsi que les développements algorithmiques qu’elles ont impliqués seront présentées dans le quatrième chapitre qui s’attachera aussi à analyser les erreurs commises par ces méthodes de mesure.

Les résultats obtenus seront ensuite présentés dans le chapitre suivant avant d’entamer le chapitre de modélisation. Celui-ci décrira dans le détail le modèle utilisé et les hypothèses qui l’accompagnent. La validation du modèle reprenant quelques résultats de la littérature sera exposée avant la mise en application sur la géométrie de la colonne pulsée.

Le huitième et dernier chapitre sera consacré à la confrontation des résultats de simulation avec les mesures expérimentales. Il permettra aussi de faire le point sur les forces et les faiblesses du modèle avant de conclure sur les apports de ces travaux d’une part dans l’acquisition de données expérimentales conformes aux exigences eulériennes et d’autre part dans la modélisation du comportement d’une émulsion créée dans une colonne pulsée.

1.1 Description d'une colonne pulsée

Comme son nom l'indique, la colonne pulsée est constituée d'un fût principal de forme cylindrique où a lieu l'extraction liquide-liquide. Aux deux extrémités de ce cylindre se trouvent deux autres cylindres de section plus grande et de hauteur plus petite appelés décanteur haut et bas. Ces compartiments servent à la séparation des phases.

Le fût central contient des éléments formant un ensemble appelé "*garnissage*". Le garnissage a pour fonction de créer une émulsion sous l'effet de la pulsation. Les obstacles qu'ils constituent font apparaître des gradients de vitesse souvent à l'origine de la fragmentation de l'une des phase. Plusieurs types de garnissage existent : plateaux perforés, plateaux à buse, assemblage de disques et couronnes... Ce dernier type de garnissage sera utilisé sur le montage expérimental dont une description plus complète sera faite plus loin.

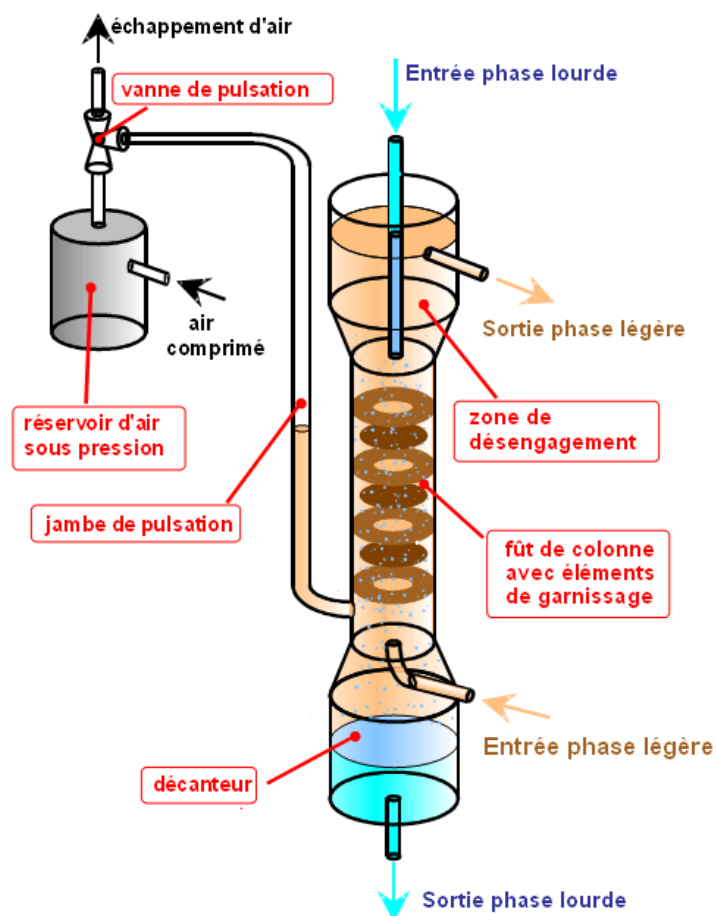


Fig. 1.1 – Schéma descriptif d'une colonne pulsée.

Deux liquides sont introduits à contre courant dans la colonne, ils seront appelés *phases*. La phase la plus légère est introduite par le bas de façon à ce qu'elle monte par flottabilité et sorte par simple débordement par une *surverse*. Inversement la plus lourde est introduite par le haut. Sous l'effet de la pulsation et du garnissage l'une des deux phases va se disperser sous forme de gouttes dans l'autre, elle sera appelée *phase dispersée* et l'autre *phase continue* par opposition.

Cet état de l'émulsion n'est pas immuable et peut être inversé dans des conditions particulières de fonctionnement de la colonne. Le phénomène observé est alors appelé *inversion de phases*.

Deux modes de fonctionnement existent :

- un premier mode, où la phase aqueuse est continue, aussi appelé *mode FAC*. L'autre phase, organique, est donc introduite dans la colonne sous forme de gouttes après remplissage de la colonne par la phase continue. Selon le rapport de densité entre les phases, soit les gouttes montent¹ soit elles descendent.
- un autre mode dit à phase organique continue aussi appelé *mode FOC*.

Dans tous les cas les gouttes traversent la colonne et se rassemblent à l'extrémité opposée à l'injection (décanteur opposé) pour coalescer et former une interphase. La régulation du niveau de cette interphase par ajustement du débit de soutirage constitue la clé du pilotage de la colonne pulsée.

Pour ce qui est de la pulsation, deux mises en oeuvre sont possibles :

- une pulsation de type mécanique où un piston animé d'un mouvement oscillant placé en partie basse de colonne transmet aux fluides contenus dans celle-ci un mouvement de va et vient. La pulsation produite de cette façon génère souvent de brusques variations de vitesse.
- une pulsation pneumatique qui nécessite la mise en place d'une *jambe de pulse* reliée au bas de la colonne. La *Jambe de pulse* est partiellement remplie de fluides issus de la colonne. Elle est connectée à un injecteur d'air comprimé à son autre extrémité. Pour éviter que les fluides de la colonne n'accèdent au système d'injection d'air, la *Jambe de pulse* est dimensionnée de façon à dépasser la hauteur de la colonne. Outre la possibilité de générer des profils de pulse "*moins abruptes*" que la pulsation mécanique, ce type de pulsation permet aussi d'éviter le contact direct de pièce mécaniques en mouvement avec les phases utilisées. Cette deuxième caractéristique en fait le système industriellement mis en oeuvre. C'est aussi la solution retenue pour notre montage.

L'énergie communiquée par le système de pulsation à l'écoulement est habituellement quantifiée par le produit Amplitude.frquence.

1.2 Régimes de fonctionnement

Les régimes de fonctionnement décrits ici concernent le *mode* *Fonctionnement en phase organique continue (FOC)* que nous avons mis en oeuvre dans le cadre de nos travaux expérimentaux. La description peut être transposée au *mode* *Fonctionnement en phase aqueuse continue (FAC)*.

Supposons que l'on injecte les deux phases et que l'on soutire la phase lourde du décanteur bas. En l'absence de pulsation le déplacement des gouttes de phase aqueuse introduites dans la colonne est gêné par le garnissage. Malgré la présence du soutirage, ce débit va peu à peu

¹la phase dispersée est alors la phase légère

provoquer une accumulation de la phase dispersée autour de son point d'introduction jusqu'à ce quelle sorte avec la phase continue, la colonne est alors engorgée par pulsation insuffisante.

L'augmentation progressive de la pulsation va améliorer le déplacement de celles-ci et faire disparaître peu à peu l'engorgement. Tant que la pulsation n'a pas atteint un niveau suffisant d'intensité on observe un régime dit *d'écoulement en mélangeur-décanteur*. Lorsque la pulsation génère un mouvement ascendant, la phase légère est entraînée et se disperse dans la phase lourde de l'étage supérieur à celui où elle était. Inversement, en phase descendante, la phase lourde descend et se disperse dans la phase légère de l'étage inférieur. Entre mouvement ascendant et mouvement descendant la phase dispersée peut coalescer.

Au delà d'une certaine intensité de pulsation, la phase dispersée ne coalesce plus pendant les instants où la vitesse est nulle, le régime dit *"d'émulsion"* est alors atteint. Il s'agit du régime dans lequel est exploitée la colonne pour les opérations d'extraction liquide-liquide. L'aire interfaciale d'échange y est importante. En augmentant l'intensité de pulsation, les gouttes, de plus en plus petites, se déplacent de moins en moins vite par rapport à la phase continue provoquant ainsi un accroissement de la fraction volumique et de l'aire interfaciale de la phase dispersée. En deçà d'une certaine taille les gouttes de phase lourde ne peuvent plus circuler à contre-courant de la phase continue, elles sont entraînées par cette dernière et forment alors un matelas de plus en plus épais au niveau du décanteur haut. Si ce matelas continue à être alimenté en petites gouttes, il se produit un débordement, on est alors en régime d'engorgement par excès de pulsation.

Les transitions entre les divers régimes précédemment décrits sont reprises dans les figures (1.2) et (1.3) :

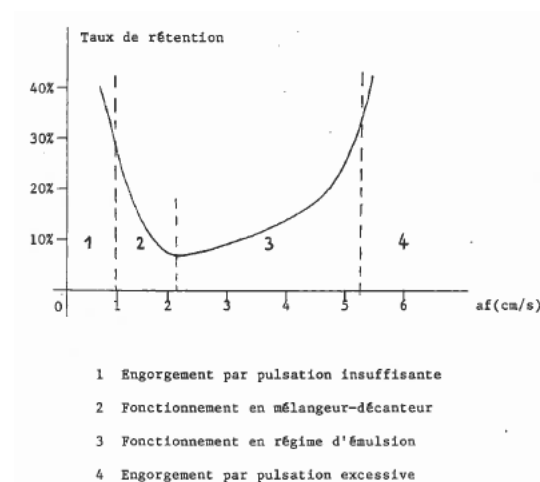


Fig. 1.2 – Evolution du taux de rétention moyen en fonction de l'intensité de pulsation[40].

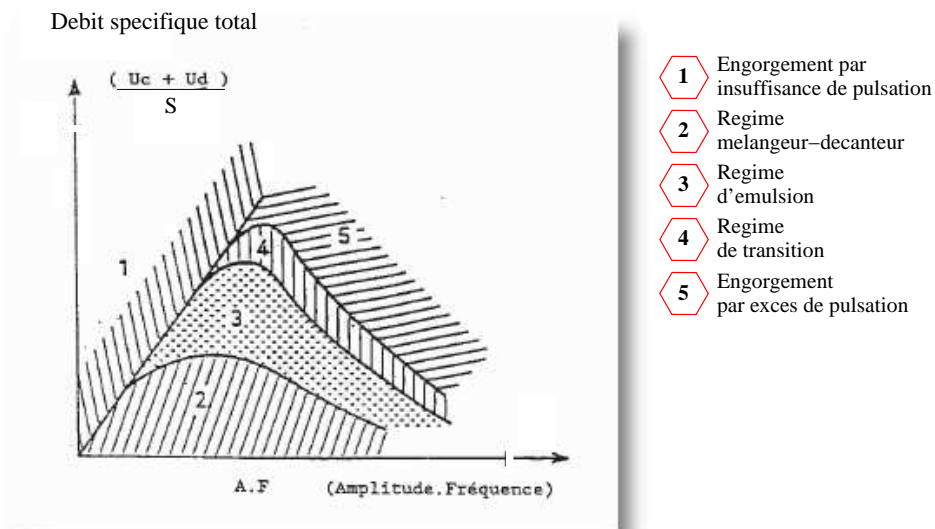


Fig. 1.3 – Diagramme de SEGE et WOODFIELD : Régimes de fonctionnement de colonne pulsée en fonction du débit spécifique total et du produit A.F[57].

Ce type de diagramme n'est valable que pour un rapport de débits constant, les rôles de chaque débit de phase n'étant pas symétriques. Notons en outre qu'un régime intermédiaire apparaît avant l'engorgement par excès de pulsation. La taille des gouttes s'approche de la taille limite d'entraînement à co-courant. Des inversions locales de phase s'y produisent.

Chapitre 2

Etat de l'art

2.1 Ecoulement en colonne pulsée

Cette section va présenter plus en détail l'écoulement monophasique rencontré dans une colonne pulsée à garnissages de type disques-couronnes en se basant sur les précédentes études présentes dans la littérature.

2.1.1 Première détermination du type d'écoulement

La vitesse débitante dans une colonne pulsée est exprimée comme étant la somme d'une vitesse constante¹ U_0 et d'une vitesse périodique $U_p(t)$ produite par la pulsation :

$$u(t) = U_0 + U_p(t)$$

Le type d'écoulement est donné par la valeur du rapport $\frac{U_{max}}{U_0}$ où U_{max} est le maximum de $U_p(t)$:

- Si $U_{max}/U_0 = 0$ il n'y a pas de mouvement périodique et l'écoulement est dit **permanent**.
- Si $U_{max}/U_0 \sim \infty$, l'écoulement est dit **oscillant**. Il y a changement périodique de sens .
- Enfin si $0 < U_{max}/U_0 < \infty$, l'écoulement est dit **pulsé**. On retrouve alors la superposition entre les deux écoulements précédents.

Pour se donner une première idée des écoulements que nous rencontrons au laboratoire, calculons la valeur du rapport U_{max}/U_0 .

U_0 peut être obtenu à partir du débit spécifique de phase continue dont la valeur vaut environ $1l.h^{-1}.cm^{-2}$. Dans le cas d'une colonne de diamètre $15mm$ on a : $U_0 = 3,14.10^{-3}m.s^{-1}$. La fréquence de pulsation habituelle est de l'ordre de $1Hz$ pour une amplitude variant entre $1cm$ et $5cm$, ce qui donne $0,12 < U_p < 0,31$.

Finalement on obtient un rapport U_p/U_0 compris entre 40 et 100 qui nous situe dans la catégorie des écoulements pulsés avec prédominance du mouvement oscillant. Notons en particulier que pour la plus grande valeur du rapport U_{max}/U_0 l'écoulement s'approche d'un comportement

¹liée au soutirage

oscillant.

Les principaux nombres adimensionnels qui seront utilisés seront :

- Le nombre de REYNOLDS calculé avec U_0 et le diamètre de la colonne

$$Re = \frac{U_0 D}{\nu} \quad (2.1)$$

- Le paramètre de fréquence :

$$\frac{f D^2}{\nu} \quad (2.2)$$

- Et le paramètre d'amplitude :

$$\frac{a}{h} \quad (2.3)$$

h étant la distance entre un disque et une couronne et a l'amplitude de pulsation.

2.1.2 Description de l'écoulement

Quelques valeurs numériques

Avant de commencer toute description il convient de préciser la valeur des divers nombres adimensionnels cités ci-dessus pour se situer par rapports aux autres études rencontrées dans la littérature. Les propriétés physiques de quelques fluides couramment utilisés au laboratoire sont présentées dans le tableau (2.1). Pour une colonne de diamètre $15mm$, une fréquence de pulsation

Espèce	masse volumique ρ	viscosité dynamique μ
Eau	996 kg.m^{-3}	$8,2.10^{-4} \text{ Pa.s}$
TBP30%-TPH	$845,9 \text{ kg.m}^{-3}$	$2,12.10^{-3} \text{ Pa.s}$
TPH ²	$758,4 \text{ kg.m}^{-3}$	$1,27.10^{-3} \text{ Pa.s}$

Tab. 2.1 – Propriétés physiques de quelques fluides usuels.

de l'ordre de $1Hz$, et une amplitude située entre $1cm$ et $5cm$, le paramètre de fréquence se situe entre 90 et 1343. Pour ce qui est du facteur d'amplitude, il varie de 0,66 à 3,3. Si les valeurs du facteur d'amplitude couvrent à peu près tout l'intervalle des études que l'on retrouve dans la littérature, le paramètre de fréquence, quant à lui, nous situe clairement dans la catégorie des faibles voire très faibles fréquences. Le nombre de REYNOLDS global³ vaut 281 mais il peut localement atteindre des valeurs de l'ordre de 700 aux obstacles⁴. Les intervalles de nombres adimensionnels cités ci-dessus nous rapprochent des travaux de OH [76], de BURATTI [57] et partiellement de LE GARREC [66].

Description de l'écoulement

Les éléments de description que nous allons avancer sont tirés des travaux cités ci-dessus. La description va essentiellement porter sur ce qui a été observé au sein de l'espace délimité verticalement par un disque et une couronne et ce, pendant le temps couvrant une phase d'admission⁵

³calculé avec la vitesse débitante U_0

⁴Avec une transparence prise à 40%

⁵ascensionnelle

suivie d'une phase d'échappement du liquide. Nous nous limiterons au cas des colonnes pulsées à garnissage de type disque-couronne qui sont utilisées dans l'industrie nucléaire.

Cycle à basse fréquence et basse amplitude

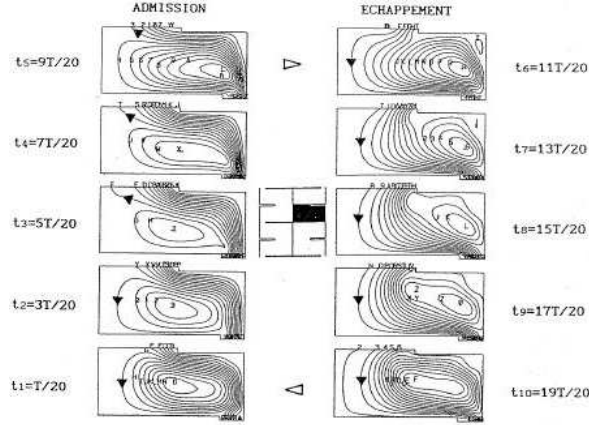


Fig. 2.1 – Évolution des structures tourbillonnaires au cours d'un cycle[66]

Le début de l'admission est marqué par la dégradation progressive d'un tourbillon issu du cycle précédent. Ce tourbillon va atteindre une taille et une intensité minimales lorsque l'écoulement moyen aura atteint son débit maximal en fin de phase d'accélération ; c'est à dire environ au quart de la période. Ensuite l'écoulement moyen va reperdre en intensité au profit d'une nouvelle recirculation qui va se former à l'extrémité du disque inférieur. Cette même recirculation va fusionner avec ce qui restait de l'autre recirculation précédemment dégradée pour donner naissance à un grand tourbillon qui occupera la quasi-totalité de l'espace disque-couronne. Ce tourbillon a néanmoins l'inconvénient d'être de faible intensité et d'être excentré par rapport à la cellule. Ce qui lui vaudra d'être facilement chassé par l'écoulement moyen au cours du changement de sens de ce dernier. S'en suit un écoulement qui va peu à peu développer un nouveau tourbillon dont l'intensité et la situation dans la cellule lui permettront de mieux résister aux futurs cycles. Ce comportement se reproduit jusqu'à des paramètres de fréquence⁶ de l'ordre de 1250. L'augmentation de la fréquence s'accompagnant d'une hausse de l'intensité des tourbillons qui deviennent alors de plus en plus persistants. Malgré cette persistance croissante l'essentiel de l'énergie cinétique mise en jeu (80 à 90%) est véhiculée par l'écoulement moyen.

Dans ses études, LE GARREC est allé jusqu'à des paramètres de fréquence de 125000. Les recirculations ne disparaissent plus à partir d'une certaine fréquence et l'écoulement atteint une situation d'équilibre où écoulement moyen et recirculations se partagent l'énergie cinétique.

La figure (2.2) résume bien ce qui se passe au cours d'un cycle admission/échappement. Les temps " $T/4$ " et " $3T/4$ " constituent des points clé sauf pour la plus basse fréquence où la recirculation est chassée par l'écoulement moyen⁷. Ces temps correspondent aux maxima des débits de l'écoulement moyen et inversement les recirculations y sont le moins intenses voire inexistantes. " $T/2$ " et " T " marquent, quant à eux, la tendance inverse : les tourbillons y occupent tout l'espace

⁶pour un paramètre d'amplitude allant de 0,18 à 0,6

⁷le volume recirculé s'annule brusquement

qui leur est offert tout en atteignant leur intensité maximale.

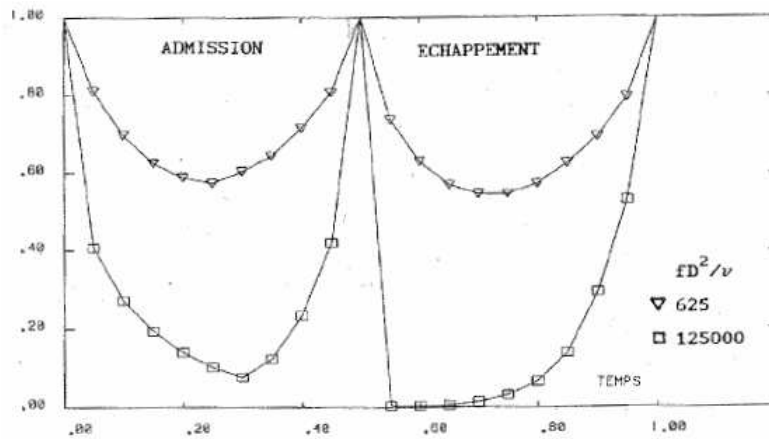


Fig. 2.2 – Évolution du volume recirculé au cours d'une période, $A/H = 0,188$, [66]

Cycle à basse fréquence, effets de la croissance d'amplitude

L'augmentation du paramètre d'amplitude permet globalement d'intensifier les recirculations. Ces dernières deviennent alors de plus en plus persistantes et le débit recirculé moyen augmente. La situation est résumée par la figure (2.3) L'autre aspect important à relever est

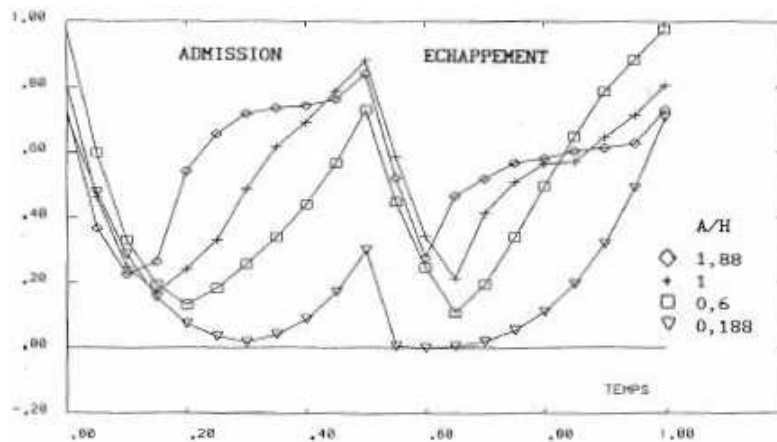


Fig. 2.3 – Évolution du volume recirculé au cours d'une période, $fD^2/\nu = 625$, [66]

le déphasage pour des paramètres d'amplitude élevés. Les tourbillons atteignent leur volume minimum plus tôt, ce qui veut dire qu'ils sont dégradés plus vite mais surtout qu'ils bénéficient d'une phase de développement plus longue. Cette situation peut avoir une incidence directe sur la durée d'activité des gradients de vitesse que l'on associe à la rupture des gouttes.

Influence du nombre de REYNOLDS

Les données dont nous disposons à ce niveau ne suffisent pas pour établir des tendances. Les nombres de REYNOLDS balayés correspondent à des valeurs bien au dessus de celles qui nous

intéressent (voir début de section, 2.1.2).

Évolution des gradients de vitesse et de pression sur un cycle

A un paramètre de fréquence valant 625, valeur appartenant à l'intervalle nous concernant, et un paramètre d'amplitude de 0,188, deux phases importantes peuvent être distinguées :

- Une première phase couvrant les trois premiers quarts d'une période où gradients de vitesse et de pression sont constamment localisés aux extrémités des disques et des couronnes,
- Une deuxième phase s'étalant sur le reste du cycle où l'apparition d'un tourbillon plus intense, créé pendant l'échappement, fait que gradients de vitesse et de pression sont situés au centre de la cellule.

Par sa durée et l'intensité des gradients qui y sont constatés la première phase devrait être celle où l'essentiel de la rupture a lieu. La seconde doit correspondre aux moments où les gouttes se cassent en milieu de cellule.

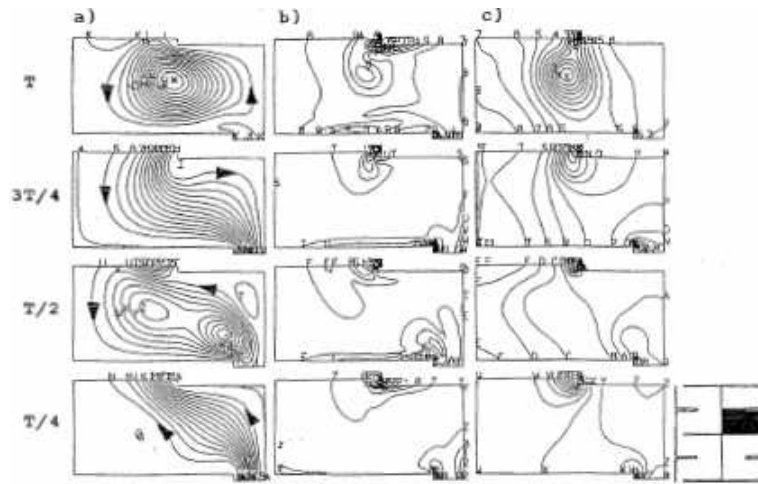


Fig. 2.4 – (a) lignes de courant, (b) isovaleur de vitesse, (c) isovaleur de pression, $fD^2/\nu = 625$ et $A/H = 0,188$, [66]

2.1.3 Conclusion sur l'écoulement en colonne pulsée

Les études en monophasique ont longtemps constitué le point de départ de la modélisation d'une colonne pulsée. La bonne connaissance de ce type d'écoulement a permis la mise au point de modèles d'émulsion que certains auteurs qualifient de "*one way coupling model*" où les effets de la phase continue sur les gouttes sont pris en compte pour provoquer l'évolution d'une population de gouttes initialement connue. L'expression "*one way*" vient du fait que les effets réciproques, l'influence des gouttes sur la phase continue, ne sont pas modélisés.

La section suivante va revoir plus en détail ce qui existe en termes de modélisation du comportement de la phase dispersée tenant directement ou indirectement compte des effets de la phase continue.

2.2 Modèles diphasiques

2.2.1 Approche Lagrangienne

Rappelons au préalable la démarche de l'approche Lagrangienne :

- ▷ *l'approche lagrangienne* : essentiellement issus du génie chimique, les modèles lagrangiens font une simulation assez fine du comportement individuel de chaque goutte ; ce qui se traduit par l'écriture d'équations pour chaque taille de goutte. Le nombre d'équations à résoudre peut vite y devenir important. La modélisation de l'ensemble de la population se fait par le biais de moyens statistiques.

Les premiers modèles de phase dispersée de ce type se sont inspirés des travaux de VALENTAS [48]. L'idée est de décrire la phase dispersée comme étant une population de gouttes rangées par classes. Les équations constituant le modèle sont obtenues grâce à des bilans de matière⁸ que l'on peut résumer par l'expression suivante :

$$\text{Ce qui entre} + \text{Ce qui se crée} = \text{Ce qui sort} + \text{Ce qui s'accumule} \quad (2.4)$$

Les termes d'entrée, de sortie et d'accumulation permettent de reproduire les phénomènes de transport des gouttes. Le terme restant, abusivement appelé terme de création ou de production, englobe les phénomènes d'apparition et de disparition de gouttes de chaque classe. Ce terme, à lui tout seul, englobe les mécanismes liés à la rupture et à la coalescence.

Cette description statistique de la phase dispersée repose généralement sur des fonctions de distribution. Par exemple $n(d, x, t)$ représente le nombre probable de particules de diamètre d , à la coordonnée x à l'instant t .

Revenons maintenant au terme de "création" de l'expression (2.4). En faisant un bilan uniquement basé sur les phénomènes de rupture⁹ on obtient :

$$\dot{Q}_b(d) = \int_d^\infty m(d_0)f(d, d_0)g(d_0)n(d_0, t)dd_0 - g(d)n(d, t) \quad (2.5)$$

L'intégrale représente le **Taux de rétention** de gouttes de diamètre d à partir de gouttes de diamètre d_0 .

L'expression $g(d)n(d, t)$ traduit la disparition par rupture de gouttes de taille d .

m est le nombre moyen de gouttes filles issues de la rupture d'une goutte de diamètre d_0 .

$f(d, d_0)$ est la distribution de tailles de gouttes filles.

$g(d)$ est la fréquence de rupture des gouttes de taille d qui a fait l'objet d'efforts de modélisation assez importants.

Cette section va s'attacher à présenter l'essentiel de ce qui existe dans ce domaine en commençant par la modélisation de la fréquence de rupture puis en continuant par la distribution de tailles de gouttes filles.

⁸sur une tranche de colonne

⁹ce type de bilan est aussi fait avec la coalescence

La modélisation de la fréquence de rupture

TAVLARIDES et COULALOGLOU

TAVLARIDES et COULALOGLOU [8] expriment cette fréquence ainsi :

$$g(d) = \frac{1}{t_b} \frac{\Delta n(d)}{n(d)} \quad (2.6)$$

$\frac{\Delta n(d)}{n(d)}$ représente la proportion des gouttes qui vont rompre. Cette proportion est donnée par :

$$\frac{\Delta n(d)}{n(d)} = \exp\left(-\frac{E_c}{\bar{E}}\right)$$

E_c étant l'énergie surfacique définie par :

$$E_c = c_1 \sigma d^2 \quad (2.7)$$

σ est la tension interfaciale aussi notée γ

\bar{E} est l'énergie cinétique turbulente moyenne

$$\bar{E} = c_2 \rho d^3 \overline{\Delta u^2}(d) \quad (2.8)$$

Comme nous l'avons vu plus haut $\overline{\Delta u^2}(D)$ est la moyenne du carré de la fluctuation de vitesses entre deux points distants de D . Dans l'hypothèse d'une turbulence homogène et isotrope et dans le cas où D appartient au domaine inertiel, cette moyenne est donnée par¹⁰ :

$$\overline{\Delta u^2}(d) = c_3 \epsilon^{2/3} d^{2/3} \quad (2.9)$$

Le temps de rupture est alors approximé par [8] :

$$t_b = d^{2/3} \epsilon^{-1/3} \quad (2.10)$$

La fréquence de rupture est finalement donnée par :

$$g_c(d) = C_{c1} d^{-2/3} \epsilon^{1/3} \exp\left(-\frac{C_{c2} \sigma}{\rho \epsilon^{2/3} d^{5/3}}\right) \quad (2.11)$$

Les constantes C_{c1} et C_{c2} sont déterminées expérimentalement.

PRINCE et BLANCH En se basant sur la théorie cinétique des gaz, PRINCE et BLANCH [58] ont créé un modèle où la fréquence de rupture est obtenue en multipliant un taux de collision¹¹ par un taux d'efficacité de la collision.

Le taux de collision est donné par :

$$\Theta_{De} = n_e S_{De} \left(\overline{\Delta u_{tD}^2} + \overline{\Delta u_{te}^2} \right)^{1/2}$$

S_{De} est une surface définie par

$$S_{De} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{2} + r_e \right)^2$$

¹⁰voir la référence [29] pour plus de détails

¹¹entre tourbillon et goutte

r_e étant une longueur caractéristique du tourbillon.

$\overline{\Delta u_{tD}^2}$ et $\overline{\Delta u_{te}^2}$ sont respectivement les vitesses turbulentes moyennes de la goutte et du tourbillon.

Le taux d'efficacité des collisions est, quant à lui, le même que celui qui a été proposé par TAVLARIDES :

$$F(u) = \exp\left(-\frac{u_{cD}^2}{\Delta u_{te}^2}\right) \quad \text{avec} \quad u_{cD} = 1,52 \left(\frac{\sigma}{\rho D}\right)^{1/2}$$

La fréquence de rupture est finalement donnée par :

$$g_p(D_i) = \sum_e n_e S_{De} \left(\overline{\Delta u_{tD}^2} + \overline{\Delta u_{te}^2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{u_{cD}^2}{\Delta u_{te}^2}\right) \quad (2.12)$$

En prenant $\sqrt{\overline{\Delta u_t^2}} = 1,4 (\epsilon D)^{1/3}$ PRINCE et BLANCH obtiennent :

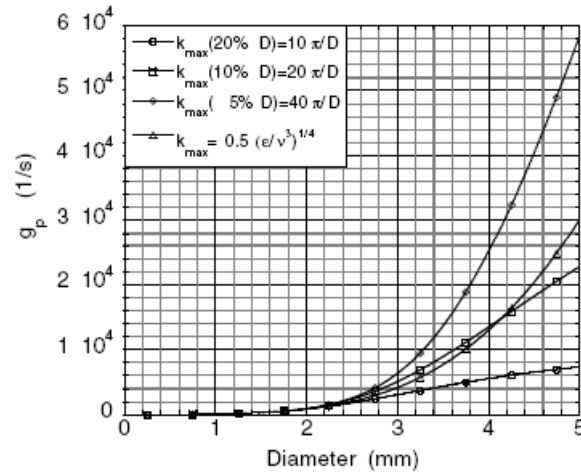
$$g_p(D) = \int_0^{10\pi/D} \frac{0,14\pi}{16} \left(D + \frac{2\pi}{k}\right)^2 \left(D^{2/3} + \left(\frac{2\pi}{k}\right)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \epsilon^{1/3} \exp\left[-\frac{1,18}{(2\pi)^{2/3}} \frac{\sigma k^{2/3}}{\rho D \epsilon^{2/3}}\right] k^2 dk \quad (2.13)$$

k est le nombre d'ondes donné par

$$\frac{2\pi}{\text{taille du tourbillon}} = \frac{2\pi}{D/5} = \frac{10\pi}{D}$$

La borne supérieure d'intégration correspond à un nombre d'ondes calculé à partir d'une taille minimale de tourbillon ¹². BLANCH et PRINCE affirment que les tourbillons de taille inférieure aux 20% de la taille de la goutte ne contiennent pas suffisamment d'énergie pour la rompre. L'intégration n'est donc faite que jusqu'à un nombre d'ondes correspondant à cette valeur. En revanche aucune limite n'est réellement posée dans l'autre sens. Il a été constaté que ce modèle de fréquence de rupture est très sensible au choix de la borne supérieure qui, par conséquent, doit être clairement spécifiée pour assurer une modélisation correcte. L'hypothèse faite sur la taille minimale des tourbillons capables de rompre une goutte est remise en question par cette constatation.

¹²ici 20 % de la taille de la goutte

Fig. 2.5 – Effet du choix de k_{max} sur g_p

LASHERAS [43] compara quelques modèles de fréquence de rupture. Pour un taux de dissi-

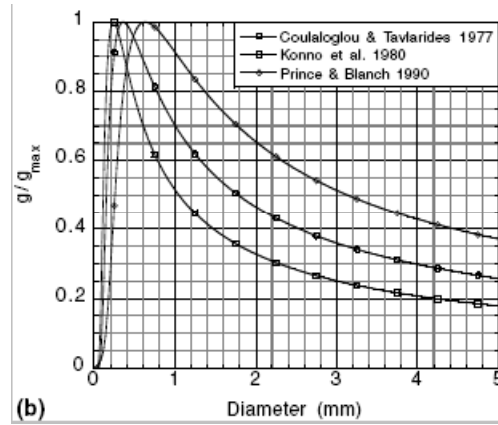


Fig. 2.6 – Comparaison de quelques modèles

pation élevé on constate que les différents modèles ont tous un comportement peu représentatif de la physique. La fréquence est maximale pour un certain diamètre critique puis diminue pour des diamètres plus grands.

Tentative de correction Pour tenter de corriger ce défaut, TAVLARIDES et COULALOGLOU ont proposé un modèle qui diffère de celui de BLANCH et PRINCE au niveau de l'expression de l'efficacité de collision. La notion d'énergie d'activation est alors introduite. Il s'agit en fait de l'énergie minimale à fournir à la goutte pour la rompre. Cette énergie est donnée par la différence entre l'énergie surfacique nécessaire à la formation de deux gouttes dont l'une est plus petite que l'autre et l'énergie surfacique requise pour la formation de deux gouttes identiques. Ce qui est mathématiquement traduit par :

$$E_e = \frac{\pi\sigma}{2} \left[2 \left(\frac{D}{2^{1/3}} \right)^2 + D_{max}^2 + D_{min}^2 - 2D^2 \right] \quad (2.14)$$

D_{min} est le diamètre de la plus petite goutte formée.

D_{max} celui de sa complémentaire. L'expression de la fréquence corrigée est alors :

$$\left\{ \begin{aligned} g_t(D) &= C_{t1} F(\phi) \epsilon^{1/3} \int_{2/D}^{2/D_{min,e}} k^2 \left(D + \frac{2}{k} \right)^2 \left(1,07 D^{2/3} + \frac{8.2}{k^{2/3}} \right)^{1/2} \\ &\times \exp \left[-\frac{C_{t2} \pi \sigma}{2} \frac{2 \left(\frac{D}{2^{1/3}} \right)^2 + D_{max}^2 + D_{min}^2 - 2D^2}{0,43 \rho \pi (2/k)^{11/3} \epsilon^{2/3}} \right] dk \end{aligned} \right. \quad (2.15)$$

$F(\phi)$ est un facteur d'amortissement de la turbulence lié à la présence de phase dispersée.

Avec ϕ la fraction volumique de la phase dispersée.

$D_{min,e}$ est un diamètre minimal de tourbillon arbitrairement choisi. $2/D$ quant à lui correspond à un nombre d'ondes lié à des tourbillons dont la taille est de l'ordre de celle des gouttes. L'intégration est donc faite sur un intervalle prenant en compte les tourbillons d'une taille minimale $D_{min,e}$ jusqu'à une taille maximale de l'ordre de la taille de la goutte. TAVLARIDES et COULALOGLOU supposent ainsi que les tourbillons de taille supérieure à la particule ne font que la déplacer et n'interviennent pas dans le mécanisme de rupture. Les tests menés par LASHERAS en 2001 concernant ce modèle et visant à vérifier cette hypothèse montrent ceci :

- lorsque la valeur de la borne inférieure d'intégration est diminuée ¹³ à $1/D$, le comportement du modèle reste physiquement cohérent car la fréquence de rupture augmente avec la taille des particules.
- au contraire, lorsque cette valeur est augmentée, ce qui revient à prendre en compte les tourbillons extrêmement petits, le comportement du modèle devient peu réaliste car plus les gouttes sont grosses et moins leur fréquence de rupture est grande.

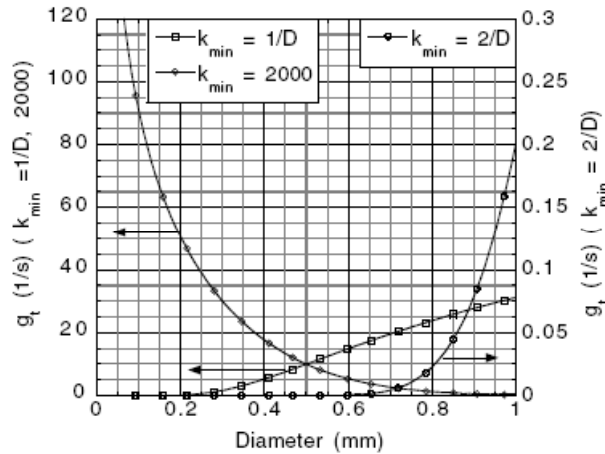


Fig. 2.7 – Test du modèle corrigé de TAVLARIDES

Le fait d'augmenter la taille des tourbillons potentiellement impliqués dans le phénomène de rupture modifie globalement les fréquences obtenues. Cette modification globale des fréquences traduit le fait que les tourbillons de taille plus grande que les gouttes ont un effet sur la rupture

¹³pour ainsi tenir compte de tourbillons plus grands que la particule lors de l'intégration

contrairement à l'hypothèse faite pour construire le modèle. Inversement lorsque des tourbillons de très petite taille sont supposés participer au phénomène de rupture il en ressort un comportement incohérent du modèle.

Ces modèles statistiques reposent sur des bornes d'intégration auxquelles ils sont particulièrement sensibles. Ce qui contribue à réduire leur champ d'application.

Répartition des tailles de gouttes filles

L'approche statistique VALENTAS [48] fut l'un des premiers à mettre au point ce genre de modèle. Il considère que les tailles de gouttes filles issues d'une goutte de diamètre D_0 sont réparties selon une loi normale autour d'une valeur moyenne \bar{D} . La proportion de gouttes de diamètre D issues de la rupture de gouttes de diamètre D_0 est alors exprimée par :

$$f(D, D_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(D - \bar{D})^2}{2\sigma^2} \right]$$

La variance σ est donnée par

$$\sigma = \frac{D_0}{cmD_0^{1/3}}$$

m étant une fonction de D_0 que l'on trouve grâce à des résultats expérimentaux et c une tolérance telle que $\bar{D} - c \leq D \leq \bar{D} + c$.

VALENTAS constata que les résultats dépendaient beaucoup du choix de m .

LEE [9] supposa que $f(v, v')$ était une beta distribution de la forme :

$$f(v, v') = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)v'} \left(\frac{v}{v'} \right)^{a-1} \left[1 - \frac{v}{v'} \right]^{b-1} \quad (2.16)$$

L'utilisation d'une beta-distribution (avec deux paramètres ajustables) a permis d'obtenir des résultats comparables avec une plus large gamme de résultats expérimentaux qu'avec les distributions précédentes. Dans la majorité des cas il a été supposé que la rupture donnait naissance à deux gouttes filles. Les modèles présentés précédemment ont permis de retrouver plus ou moins fidèlement un certain nombre de résultats expérimentaux mais l'absence de justifications physiques dans les choix faits pour les bâtir rend ces modèles extrêmement dépendants des valeurs que l'on donne à leurs paramètres ; valeurs qu'il est impossible de fixer sans avoir des données expérimentales. Les paramètres à fixer dans chaque modèle varient avec l'appareil choisi mais aussi avec les caractéristiques de l'écoulement. L'utilisation de tels modèles est donc fortement conditionnée par la disponibilité d'une importante base de données expérimentales.

Les modèles phénoménologiques

Énergie surfacique et collision avec un tourbillon : Les premiers auteurs (ROSS et CURL [68]) ayant proposé ce type d'approche ont émis l'hypothèse que la distribution des tailles de gouttes filles était une fonction de la différence entre l'énergie surfacique de la goutte mère et l'énergie du tourbillon causant la rupture de la goutte.

Cette hypothèse amène une première conséquence importante au niveau de la taille des gouttes

produites dans le sens où l'énergie requise pour former deux gouttes de même volume est plus importante que dans n'importe quel autre cas donnant naissance à une grosse et une petite goutte. C'est ainsi que contrairement à certaines approches statistiques les modèles phénoménologiques prédisent une distribution à la fois plus large et plus réaliste.

L'un des plus célèbres modèles phénoménologiques, proposé par TAVLARIDES en 1994, considère que l'énergie requise pour rompre une particule initiales D_0 en deux gouttes de tailles respectives D_1 et D_2 est proportionnelle à l'excès d'énergie surfacique généré par la formation des gouttes D_1 et D_2 .

$$e(D_1) = \pi\sigma D_1^2 + \pi\sigma D_2^2 - \pi\sigma D_0^2$$

$$e(D_1) = \pi\sigma D_0^2 \left[\left(\frac{D_1}{D_0} \right)^2 + \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_0} \right)^3 \right]^{2/3} - 1 \right] \quad (2.17)$$

Cette énergie atteint sa valeur maximale lorsque $D_1 = D_2 = \frac{D_0}{2^{1/3}}$

$$e_{max} = \pi\sigma D_0^2 \left[2^{1/3} - 1 \right] \quad (2.18)$$

La rupture se produit à partir d'une valeur minimale e_{min} de l'énergie définie dans (2.17). e_{min} est aussi définie par un diamètre minimum D_{min} , comparable au diamètre minimum stable, tel que $e_{min} = \pi\sigma D_{min}^2$.

TAVLARIDES définit ensuite la distribution de gouttes de taille D_1 ainsi :

$$f(D_1, D_0) = \frac{e_{min} + [e_{max} - e(D_1)]}{\int_{D_{min}}^{D_0} e_{min} + [e_{max} - e(D_1)] dD_1} \quad (2.19)$$

La représentation de la fonction de densité de probabilité¹⁴ en fonction du diamètre D de l'une des gouttes filles est donnée en figure (2.8).

Pour ce tracé $e_{min} = 0$. Comme prévu la probabilité d'avoir des gouttes de même taille est très faible (nulle ici!). Néanmoins un problème est constaté pour les gouttes de petite taille. Plus l'une des gouttes formée est petite et plus l'énergie nécessaire à sa formation est faible et donc plus il devrait y avoir de chance que cet événement se produise. Effectivement la probabilité augmente avec la diminution du diamètre D mais cette augmentation atteint son maximum en 0, ce qui met quelque peu en doute l'hypothèse de TAVLARIDES selon laquelle la distribution de taille de gouttes et énergie de formation sont linéairement liées.

Par ailleurs ni la contribution du tourbillon ni l'influence de la taille initiale D_0 ne sont prises en compte contrairement à ce qui est constaté expérimentalement.

Un modèle tenant compte de la turbulence et de l'influence de D_0 a été développé par LUO et SVENDSEN [25] en 1996. L'hypothèse d'une rupture binaire (deux gouttes filles) a été conservée. L'expression de la distribution de tailles de gouttes filles est la suivante :

$$f(vf_V, v) = \frac{2 \int_{\xi_{min}}^1 (1 + \xi)^2 \xi^{-11/3} e^{-\chi_c} d\xi}{v \int_0^1 \int_{\xi_{min}}^1 (1 + \xi)^2 \xi^{-11/3} e^{-\chi_c} d\xi df_V} \quad (2.20)$$

Le numérateur représente le taux de rupture d'une goutte de volume v en une particule de volume vf_V et une autre de volume $v(1 - f_V)$. f_V étant le rapport de taille entre la goutte fille de

¹⁴ $f^*(D, D_0) = D \times f(D, D_0)$

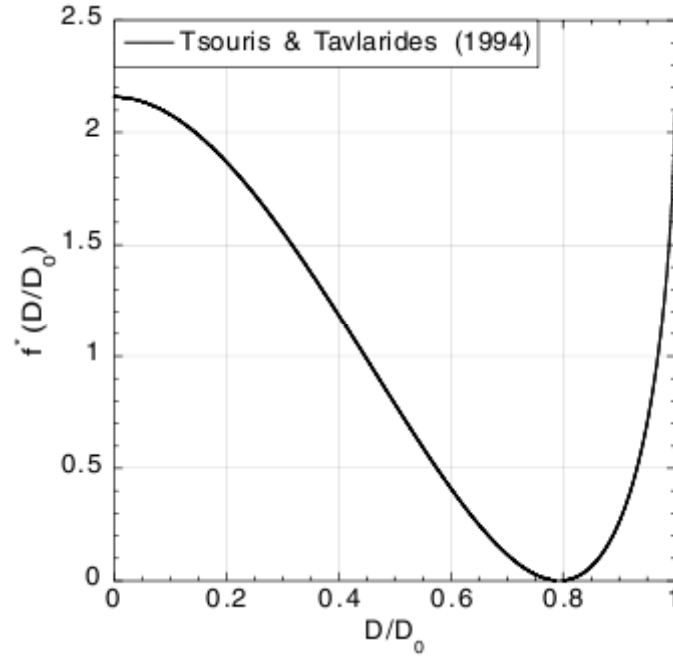


Fig. 2.8 – Représentation de $f^*(D, D_0)$ [TAVLARIDES 1994]

diamètre D et la goutte mère de diamètre initial D_0 . $f_V = D^3/D_0^3$ et $v = \pi\sigma D_0^3/6$.

ξ est le rapport entre la taille D_e du tourbillon causant la rupture et celle de la goutte fille $\xi = D_e/D$

χ_c est l'énergie critique adimensionnée nécessaire à la rupture [25]. Son utilisation introduit l'influence de la turbulence et en particulier celle du taux de dissipation d'énergie cinétique.

S'il permet d'évaluer l'influence de la turbulence et de la taille de la goutte mère, ce modèle donne des résultats très proches du précédent avec une probabilité nulle pour la formation de deux gouttes de même volume.

Les modèles construits sur l'hypothèse de collision ne sont valables qu'avec des tourbillons dont la taille fait partie du domaine inertiel.

Énergie surfacique et bilan de forces : En 1999, MARTÍNEZ-BAZÁN [7] développa un modèle en étudiant la rupture de bulles d'air dans l'axe d'un jet d'eau turbulent. La particule mère (de diamètre D_0) est supposée donner naissance à deux gouttes de diamètres respectifs D_1 et D_2 liés par :

$$D_2 = D_0 \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_0} \right)^3 \right]^{1/3} \quad (2.21)$$

En utilisant la théorie de HINZE-KOLMOGOROV (1955) il définit une distance D_{min} sur laquelle les contraintes liées aux fluctuations de pression turbulente sont exactement égales à celles liées à la tension interfaciale stabilisant la goutte mère. Cette distance correspond aussi au diamètre minimum de particule fille qu'il est possible de produire par rupture de la goutte d'origine. D_{min} est défini par l'égalité entre la contrainte de déformation moyenne due aux fluctuations

de vitesse¹⁵ et la contrainte liée à la tension interfaciale¹⁶ :

$$\begin{aligned}\tau_t(D_{min}) &= \tau_S(D_0) \\ \frac{1}{2}\rho\beta(\epsilon D_{min})^{2/3} &= 6\frac{\sigma}{D_0}\end{aligned}$$

Qui donne :

$$D_{min} = \left(\frac{12\sigma}{\beta\rho D_0}\right)^{3/2} \epsilon^{-1} \quad (2.22)$$

À D_{min} correspond une particule complémentaire de diamètre D_{max} . D_{max} étant lié à D_{min} par l'équation (2.21).

MARTÍNEZ-BAZÁN postule que la probabilité d'arracher une particule de diamètre D_1 ¹⁷ est proportionnelle à la différence entre les contraintes de déformation subies par la particule de taille D_1 et les contraintes liées à la tension interfaciale agissant sur la goutte mère :

$$\Delta\tau_{t1} = \frac{1}{2}\rho\beta(\epsilon D_1)^{2/3} - 6\frac{\sigma}{D_0} \quad (2.23)$$

Pour la particule D_2 on a :

$$\Delta\tau_{t2} = \frac{1}{2}\rho\beta(\epsilon D_2)^{2/3} - 6\frac{\sigma}{D_0} \quad (2.24)$$

Le modèle considère alors que la probabilité d'avoir ces deux gouttes est proportionnelle au produit des deux différences de contraintes précédentes.

$$P(D_1, D_0) \propto \left[\frac{1}{2}\rho\beta(\epsilon D_1)^{2/3} - 6\frac{\sigma}{D_0}\right] \left[\frac{1}{2}\rho\beta(\epsilon D_2)^{2/3} - 6\frac{\sigma}{D_0}\right] \quad (2.25)$$

En posant :

$$D^* = D_1/D_0$$

$\Lambda = D_c/D_0$ avec D_c diamètre critique défini par

$$D_c = \left(\frac{12\sigma}{\beta\rho}\right)^{3/5} \epsilon^{-2/5} \quad (2.26)$$

Et en réutilisant (2.21), l'équation (2.25) devient :

$$P(D^*) \propto \left(\frac{1}{2}\rho\beta(\epsilon D_0)^{2/3}\right)^2 \left[D^{*2/3} - \Lambda^{5/3}\right] \left[(1 - D^{*3})^{2/9} - \Lambda^{5/3}\right] \quad (2.27)$$

Rappelons que D_c est le diamètre minimum auquel peut se produire la rupture, pour un taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente donné. Contrairement à D_{min} qui s'applique aux gouttes filles, D_c s'applique à la goutte mère.

On considère que les particules sont du domaine inertiel¹⁸, en revanche, aucune hypothèse n'est faite sur la taille des tourbillons intervenant dans le phénomène de rupture ; la notion même de tourbillon est évitée !

¹⁵sur une distance D_{min}

¹⁶appliquée à la goutte mère

¹⁷tel que $D_{min} < D_1 < D_0$

¹⁸en terme de taille

La condition de normalisation :

$$\int_{D_{min}^*}^{D_{max}^*} P(D^*) d(D^*) = 1 \quad (2.28)$$

permet d'écrire la fonction de densité de probabilité de la taille des gouttes filles :

$$f^*(D^*) = \frac{[D^{*2/3} - \Lambda^{5/3}] \left[(1 - D^{*3})^{2/9} - \Lambda^{5/3} \right]}{\int_{D_{min}^*}^{D_{max}^*} [D^{*2/3} - \Lambda^{5/3}] \left[(1 - D^{*3})^{2/9} - \Lambda^{5/3} \right] d(D^*)} \quad (2.29)$$

La relation (2.29) est représentée ci dessous¹⁹ en faisant varier tour à tour ϵ et D_0 .

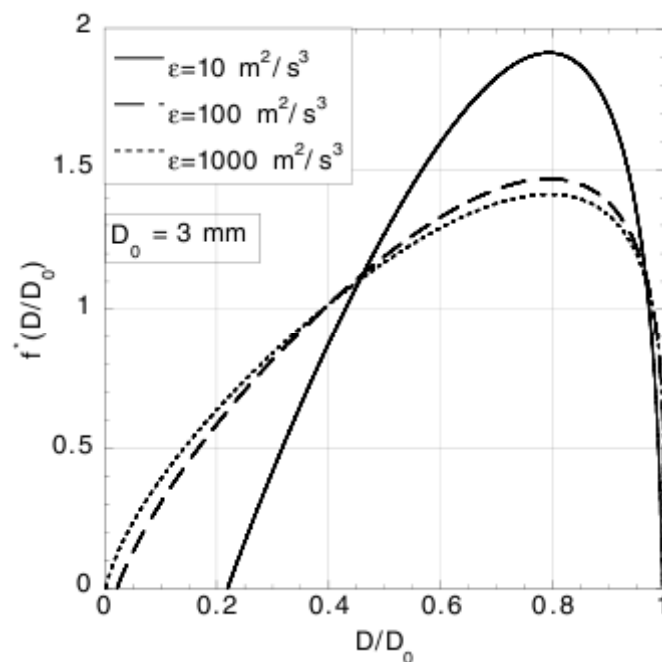


Fig. 2.9 – Représentation de $f^*(D^*)$ [MARTÍNEZ BAZÁN 1999]

La première constatation que l'on peut faire concerne la probabilité d'obtenir deux gouttes filles identiques. Contrairement à ce que l'on a obtenu dans les modèles précédents cette probabilité est maximale ici. L'augmentation du taux de dissipation d'énergie cinétique s'accompagne d'un élargissement du domaine couvert par la courbe. La probabilité d'obtenir des gouttes de tailles plus petites est accrue; ce qui est assez intuitif car l'augmentation de ϵ se traduit par une augmentation de l'énergie disponible au niveau des petites échelles.

De même lorsqu'on augmente D_0 on retrouve le même comportement car avec l'augmentation de D_0 , la fraction de tourbillons plus petits que la particule mère augmente ce qui favorise la formation de plus petites gouttes filles.

Ce modèle a l'avantage de s'affranchir de notions comme la taille d'un tourbillon. L'utilisation exclusive des données habituellement mesurées dans un écoulement (vitesse, pression, etc ...) lui confère un intérêt supérieur aux autres modèles présentés ici.

¹⁹voir figure 2.9

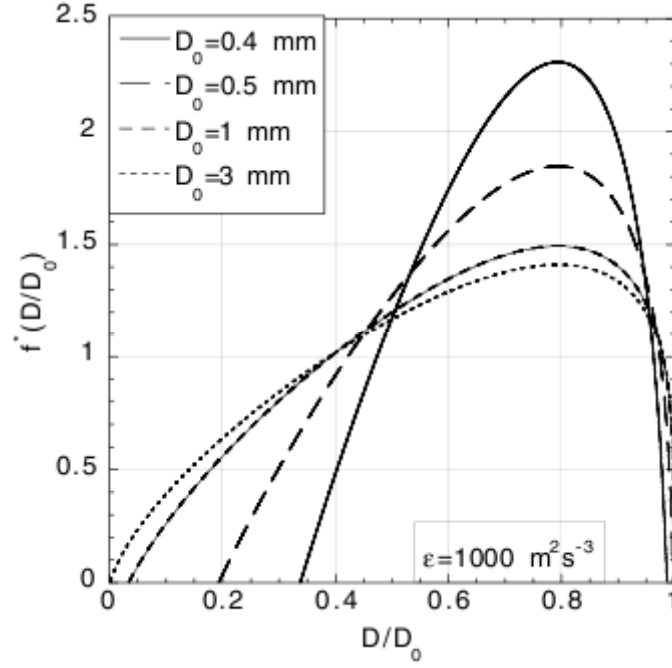


Fig. 2.10 – Représentation de $f^*(D^*)$, variation de (D_0) , [MARTÍNEZ BAZÁN 1999]

Les modèles hybrides Dans ce genre de modèle des notions physiques sont associées à la vision statistique que nous avons vue dans les sections précédentes. En 1980 KONNO [54] propose un modèle hybride qui introduit la notion d'énergie contenue dans les tourbillons de différentes échelles. La particule mère est divisée en J parties identiques de volume v_e . Elle est supposée se rompre en m différentes gouttes filles de volume v_i .

La rupture est considérée comme étant le résultat d'une interaction entre une goutte et un tourbillon de taille identique à cette dernière. KONNO suppose alors que la probabilité de former une goutte fille d'une certaine taille est proportionnelle à l'énergie cinétique turbulente $E(K_i)$ contenue dans un tourbillon de taille identique. Si les tourbillons sont indépendants les uns des autres la probabilité d'obtenir une combinaison de m gouttes différentes est le produit des énergies cinétiques turbulentes des tourbillons de taille correspondante.

$$P \propto E(K_1)E(K_2)E(K_3) \dots E(K_m) \quad (2.30)$$

$E(K_i)$ est donné par le spectre d'énergie d'HEISENBERG :

$$E(K_i) = \left(\frac{8}{9\alpha}\right)^{2/3} \epsilon^{2/3} \left(\frac{\pi}{6v_e K_i}\right)^{-5/3} \left[1 + \frac{8v_e^3 (\pi/6v_e K_i)^4}{3\alpha^2}\right]^{-4/3} \quad (2.31)$$

où $\alpha = 0,51$ et $K_i = v_i/v_e$.

Pour recoller avec ses résultats expérimentaux, KONNO a pris $J = 100$ et $m = 3$. Avec ces valeurs il montre que la beta-distribution suivante approche bien le modèle :

$$D_0 f(D, D_0) = f^*(D/D_0) = \frac{\Gamma(12)}{\Gamma(3)\Gamma(9)} \left(\frac{D}{D_0}\right)^8 \left(1 - \frac{D}{D_0}\right)^2 \quad (2.32)$$

Les résultats obtenus montrent globalement un comportement identique au modèle de Martínez Bazán à la différence près que celui de KONNO est complètement insensible aux variations de la taille de la goutte mère, ce qui est contradictoire avec les résultats expérimentaux.

Comparaison avec l'expérimentation Des comparaisons ont été faites par LASHERAS[43] entre les prévisions des précédents modèles et des résultats expérimentaux. Les modèles statistiques et ceux basés sur une hypothèse de collision ne permettent pas de s'approcher convenablement des résultats expérimentaux. La formation de très petites gouttes et de leur complémentaire est favorisée par ces modèles, la production des particules de taille intermédiaire étant sous-estimée. Le modèle hybride de KONNO présente le même comportement. En revanche le modèle de MARTÍNEZ BAZÁN, uniquement construit sur la prise en compte des caractéristiques de l'écoulement environnant la goutte, prédit de façon satisfaisante ce que l'on observe sur les résultats expérimentaux.

Conclusion sur les modèles lagrangiens

Au final, d'importants efforts ont été consacrés à la modélisation du comportement individuel de chaque goutte. La majorité des modèles appartenant à cette catégorie nécessite l'utilisation de variables d'intégrations qui tendent souvent à réduire leur champ d'application, sans compter le nombre trop important d'équations requises pour la simulation d'une population polydisperse. La collision entre goutte et tourbillon a servi de phénomène de base à la construction d'une majorité de modèles. Cette approche nécessite toutefois la manipulation de grandeurs (taille et énergie des tourbillons ...) dont la mesure est peu anodine.

Notre approche, similaire à celle de MARTÍNEZ BAZÁN, dont les résultats sont les plus proches de l'expérimentation, se propose d'utiliser les grandeurs de base qui caractérisent l'écoulement, à savoir la vitesse, la pression et leurs gradients respectifs.

Rappelons enfin que la modélisation de la phase dispersée a pour finalité de fournir, entre autres, l'aire interfaciale présente dans l'écoulement simulé. Cette information, bien qu'étroitement liée au comportement individuel de chaque goutte, peut être perçue comme une grandeur macroscopique transportée par l'écoulement et évoluant au gré des variations de ce dernier. Le choix d'un point de vue eulérien est donc justifié par cette description sans pour autant exclure la possibilité de ré-exploiter les corrélations²⁰ auxquelles l'approche lagrangienne a donné naissance.

2.2.2 Approche eulérienne

Les modèles lagrangiens attachent une grande importance au comportement individuel de chaque goutte ou de chaque classe de gouttes. Les modèles eulériens vont, quant à eux, se focaliser sur l'ensemble des gouttes; chaque phase étant considérée comme une entité à part entière en interaction avec l'autre. La phase dispersée est souvent considérée comme étant une phase continue. De par cette philosophie, des grandeurs intuitivement incontournables peuvent disparaître des équations eulériennes. L'exemple le plus marquant est le diamètre des gouttes que l'on ne trouve pas explicitement dans notre modèle. Dans cette partie nous allons présenter les différents types de modèles eulériens en commençant par celui qui semble être le plus intuitif,

²⁰portant sur l'énergie par exemple

le modèle bifluide. Ensuite nous présenterons le modèle dit "de mélange" ou encore modèle diffusif. Le modèle proposé par D. LHUILLIER qui s'inscrit dans cette deuxième catégorie ne sera présenté en détail que dans le chapitre dédié à la modélisation.

Modèles bifluides

Des deux principaux types de modèles eulériens le modèle bifluide est celui dont la philosophie est la plus naturelle lorsqu'il s'agit de modéliser un système diphasique. En effet chaque phase est régie par un ensemble d'équations qui sont plus ou moins proches des équations de Navier Stokes.

Equation de conservation de la masse, une pour chaque phase²¹ :

$$\frac{\partial \phi_c \rho_c^0}{\partial t} + \text{div}(\phi_c \rho_c^0 \mathbf{v}_c) = \Gamma \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \phi_d \rho_d^0}{\partial t} + \text{div}(\phi_d \rho_d^0 \mathbf{v}_d) = -\Gamma \quad (2.34)$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \phi_c \mathbf{v}_c}{\partial t} + \text{div}(\rho_c^0 \mathbf{v}_c \otimes \mathbf{v}_c) = \text{div}(\mathbf{\Pi}_c - \rho_c \mathbf{R}_c) + \rho_c \mathbf{g} + \overline{[(\mathbf{\Pi}_c - \rho_c \mathbf{u}_c \otimes (\mathbf{u}_c - \mathbf{V}_I))] \cdot \mathbf{n}_c \delta_I(f)} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial \phi_d \mathbf{v}_d}{\partial t} + \text{div}(\rho_d^0 \mathbf{v}_d \otimes \mathbf{v}_d) = \text{div}(\mathbf{\Pi}_d - \rho_d \mathbf{R}_d) + \rho_d \mathbf{g} + \overline{[(\mathbf{\Pi}_d - \rho_d \mathbf{u}_d \otimes (\mathbf{u}_d - \mathbf{V}_I))] \cdot \mathbf{n}_d \delta_I(f)} \quad (2.36)$$

Avec $\mathbf{\Pi}_k$ tenseur des contraintes visqueuses de la phase k dans l'émulsion.

\mathbf{R}_k le tenseur de REYNOLDS de la phase k.

\mathbf{V}_I la vitesse de l'interface.

Et δ_I une fonction de Dirac représentant la densité volumique d'interface.

Ces équations sont souvent complétées par une équation de conservation de l'énergie que nous ne présenterons pas dans cet exposé. Les interactions entre les deux entités que sont la phase continue et la phase dispersée sont assurées par des termes d'échange. Dans (2.33) par exemple le terme Γ traduit les échanges de masse entre chacune des deux phases en présence. Chaque équation de conservation a son terme d'échange (quantité de mouvement, énergie).

La modélisation de ces termes d'échange constitue l'une des principales difficultés dans la mise au point d'un modèle bi-fluide. L'autre catégorie de modèle eulérien, le modèle dit "de mélange" s'affranchit de la modélisation de ces termes d'échange en n'adoptant qu'un seul et unique jeu d'équations pour les deux phases.

Modèles diffusifs

L'approche utilisée ici consiste à considérer que l'émulsion est un milieu continu. Les grandeurs apparaissant dans le modèle sont alors des quantités pondérées sur la fraction volumique respective de chaque phase. Si les termes d'échange disparaissent de par la considération de l'unique entité "émulsion", il devient nécessaire d'introduire une vitesse de glissement entre les

²¹indice **c** pour continu et **d** pour dispersé

deux phases.

Les équations du système sont généralement déduites de celles d'un modèle bifluide. La conservation de la masse, par exemple, est obtenue par sommation des deux équations (2.33) et (2.34) du modèle précédent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (2.37)$$

Comme on peut le constater toute trace d'interaction entre les phases a disparue. L'attention est alors focalisée sur le comportement global de l'émulsion qui dans ce cas conserve sa masse. Les conservations de la quantité de mouvement et de l'énergie sont bâties de la même façon.

D'autres équations mettant en jeu les grandeurs interfaciales comme l'aire interfaciale volumique apparaissent aussi. L'équation (2.38) en est un exemple, leur présentation sera faite plus en détail dans le chapitre dédié à la modélisation.

$$\frac{dA}{dt} = \underbrace{-(1+A)\mathbf{B} : \mathbf{D}}_{\text{Déformation}} - \underbrace{\left(\frac{\gamma(\phi_c - \phi_d)^2}{2\mu\phi_c\phi_d} \right) \mathbf{B} : \mathbf{B}}_{\text{Retour à l'isotropie}} - \underbrace{V_{coa}P_{coa}A^2}_{\text{Coalescence}} + \underbrace{P_{fr}\nu_{fr}A}_{\text{Rupture}} \quad (2.38)$$

Intéressons nous maintenant aux phénomènes physiques responsables de l'évolution d'une population de gouttes engagée dans une colonne pulsée en fonctionnement. Parmi ces phénomènes il y a la fragmentation productrice d'aire interfaciale volumique et le phénomène qui s'y oppose, la coalescence, destructrice d'aire interfaciale d'échange. Seule la fragmentation sera introduite dans la section suivante. Comme nous le verrons plus loin les essais seront faits dans des conditions où l'on peut considérer que la coalescence est négligeable.

2.3 Fragmentation

Cette partie constitue une reprise synthétique des quelques mécanismes de rupture qui existent en milieu liquide-liquide. Deux catégories peuvent être distinguées :

- La première se base sur la notion d'équilibre des forces agissant sur la goutte. La rupture étant le résultat de la disparition de cet équilibre en faveur des forces déformantes.
- La seconde explique la rupture par la dynamique interne de la goutte. Les sollicitations extérieures vont déclencher chez cette dernière un comportement qui peut l'amener à rompre.

Volontairement les notions de modélisation ne sont que très peu évoquées ici. Un autre chapitre traitera ce sujet plus en détail. Le but étant, pour l'instant, de renseigner le lecteur sur les mécanismes élémentaires de rupture.

2.3.1 Fragmentation de type visqueuse, la théorie de HINZE

Conformément à la théorie utilisée par HINZE [42] en 1955 pour expliquer la rupture des gouttes, toute goutte est globalement soumise d'une part à des sollicitations qui tendent à la déformer et d'autre part à d'autres sollicitations dont le rôle est de la ramener à sa forme d'équilibre.

Les forces responsables de la déformation de la goutte, souvent externes à cette dernière, sont de nature différente suivant le type d'écoulement dans lequel elle est plongée :

- à faible nombre de REYNOLDS la contrainte de déformation est une contrainte visqueuse due aux gradients de vitesse de la phase continue. Sa forme est alors donnée par

$$\tau = \mu_c \dot{\gamma} \quad (2.39)$$

$\dot{\gamma}$ étant le gradient de vitesse de la phase continue.

- à forts REYNOLDS et pour des gouttes dont la taille d est supérieure à l'échelle de KOLMOGOROV [5] cette contrainte est de nature inertielle ; les échelles inférieures étant régies par des contraintes visqueuses comme à faible REYNOLDS. Cette contrainte inertielle prend alors la forme suivante :

$$\tau = \rho_c \overline{\delta u^2(d)} \quad (2.40)$$

Dans l'hypothèse d'une turbulence isotrope à l'échelle de la goutte le terme $\overline{\delta u^2(d)}$ peut s'exprimer ainsi :

$$\overline{\delta u^2(d)} = C_1 (\epsilon d)^{2/3} \quad (2.41)$$

où ϵ désigne le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente et C_1 une constante de l'ordre de 2. S'il est toujours possible d'accéder au taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente par mesures expérimentales, la simulation, elle, ne peut fournir cette donnée que si l'on utilise un modèle de turbulence pour faire les calculs. Cette forme des contraintes inertielles ne sera donc pas toujours utilisable ! La forme présentée ici découle d'une hypothèse d'isotropie de la turbulence à l'échelle de la goutte [5]. Une autre forme indépendante des notions de turbulence a été proposée par GALINAT [65] :

$$\tau = \rho_c U_R^2 \quad (2.42)$$

Avec U_R vitesse relative de la goutte par rapport à la phase continue. Cette expression a la dimension d'une pression. Dans ses recherches sur la rupture en colonne pulsée LAULAN [1] a constaté des ruptures de gouttes au voisinage des extrémités de disque et de couronne. D'autres lieux de rupture ont été repérés à mi-distance entre disque et couronne. En 1992 LE GARREC [66] a reconstitué numériquement les écoulements étudiés par LAULAN, ce qui lui a permis de constater d'une part que les ruptures proches des extrémités des obstacles étaient situées dans des zones de forts gradients de vitesse et que d'autre part celles localisées en milieu de cellule étaient probablement liées aux gradients de pression qui s'y trouvaient. Cette dernière constatation nous rapproche de la forme des contraintes inertielles présentées ci-dessus.

Les forces qui ramènent la goutte à sa forme sphérique sont directement liées à la tension interfaciale γ . Lorsque les contraintes de déformation prennent le dessus sur les effets induits par la tension interfaciale la rupture se produit.

Les premières observations faites sur la colonne pulsée du laboratoire tendent à montrer que les ruptures rencontrées dans ce genre d'appareil sont de type visqueux. En effet comme nous

pouvons l'observer sur les figures (3.5a) et (3.5b) les gouttes sont fortement étirées au passage de l'espace laissé par le garnissage. Cet étirement, s'il est assez important, conduit à la formation d'un rétrécissement (voir figure (2.12)) qui va permettre la rupture de la goutte mère.

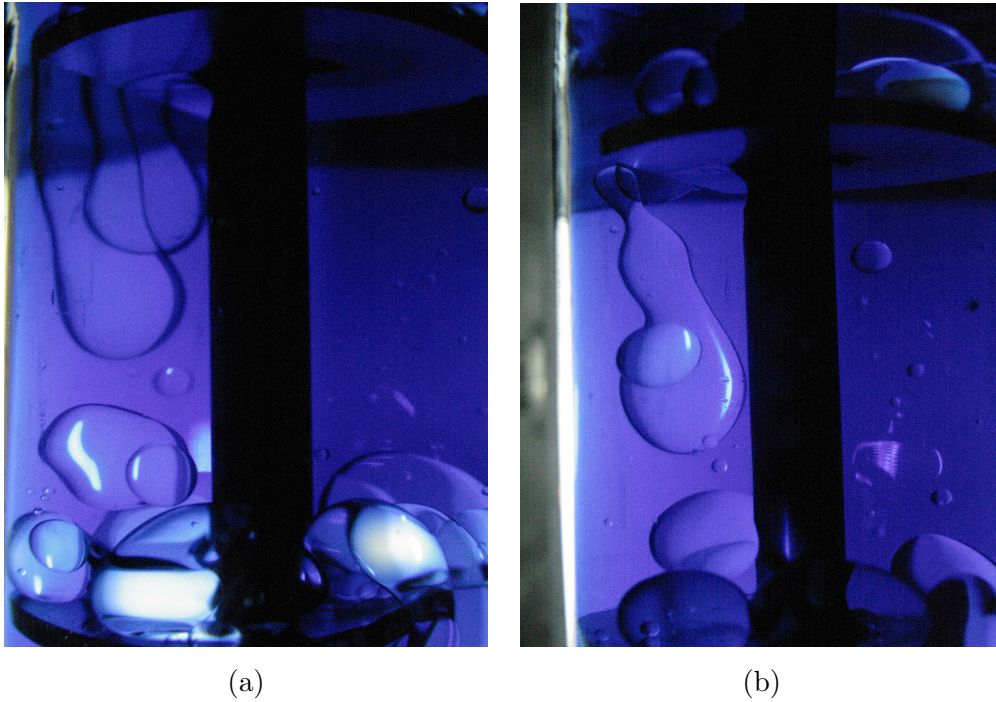


Fig. 2.11 – Légende : (a) goutte en cours d'étirement dans une colonne pulsée à disques tronqués, (b) fin d'étirement

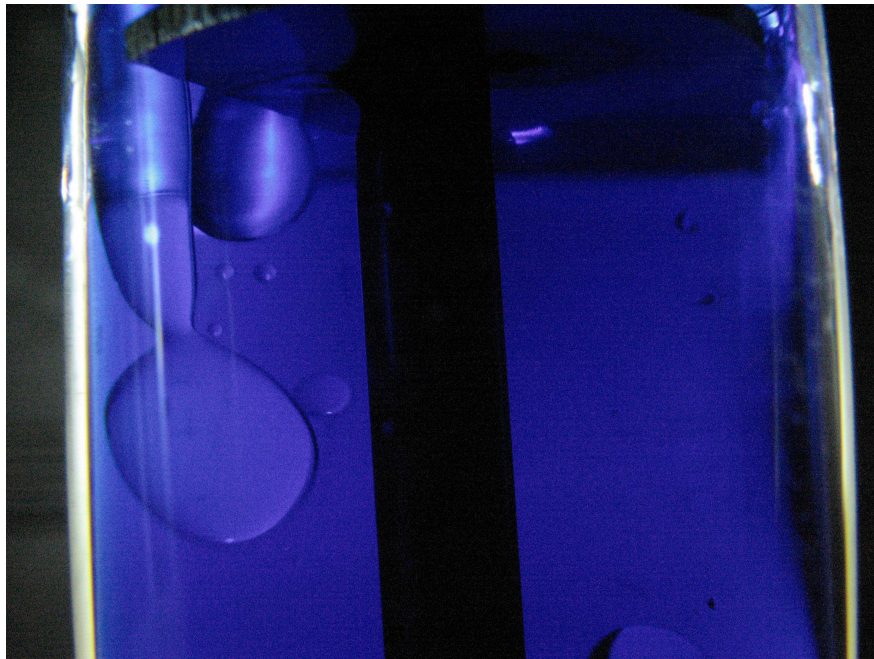


Fig. 2.12 – Apparition d'un rétrécissement avant rupture d'une goutte dans une colonne pulsée à disques tronqués

2.3.2 Rupture par instabilités capillaires

Il s'agit d'un phénomène qui a beaucoup été observé dans les viscosimètres de COUETTE. Une goutte est initialement étirée jusqu'au point de la transformer en filament mince et très allongé. L'étirement est ensuite arrêté avant même que la goutte ne puisse rompre. Cette dernière rentre alors dans une phase de relaxation qui est souvent accompagnée par l'apparition d'instabilités capillaires²². Comme nous pouvons le voir à la figure(2.13) les instabilités capillaires se manifestent sous forme d'ondelettes. La rupture se produit lorsque l'amplitude de ces ondelettes égale le rayon du filament central.



Fig. 2.13 – Ondes capillaires avant rupture, [CHANGZHI, 2007]

2.3.3 Modèle vibratoire de fragmentation en écoulement turbulent

Ce type de rupture récemment étudiée par RISSO et FABRE [26] est propre aux régimes turbulents. Contrairement à ce qui est observé dans les phénomènes précédents la rupture n'a pas lieu suite à un étirement trop important mais s'apparente plutôt à une explosion de la goutte (cf. figure(2.14)) L'énergie transmise par la turbulence peut être emmagasinée par la goutte. Les interactions avec les tourbillons successifs créent des vibrations qui peuvent amener la goutte à entrer en résonance et à rompre. Comme pour un solide déformable un certain nombre de modes de vibration existent. LAMB [34] fut l'un des premiers à étudier ce type de vibration. Il proposa dès 1932 une expression de la fréquence de résonance du second mode caractérisé par des allongements et des aplatissements de la goutte :

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{24\sigma}{(3\rho_d + 2\rho_c)r^3}}$$

ρ_c et ρ_d sont les densités respectives de la phase continue et de la phase dispersée.

Au final la goutte se comporte comme un oscillateur qui intègre aussi la notion d'amortissement. Si le temps entre deux tourbillons successifs²³ est plus court que le temps d'amortissement alors de l'énergie peut être accumulée et à terme provoquer la rupture. On peut, ici, faire le lien avec le mécanisme de retour à l'isotropie qui, lui aussi, nécessite un certain temps.

L'amortissement n'est pas le seul frein à la rupture dans ce cas de figure. Des cas d'interactions dites "destructives" entre gouttes et tourbillons ont été reportées dans l'étude de RISSO[26]. Il s'agit de situation dans laquelle le tourbillon arrive à un moment peu propice au transfert d'énergie vers la goutte (phase d'oscillation expansive). Dans ce cas l'énergie de déformation de la goutte est réduite voire annulée et l'oscillation s'arrête. On peut penser que le transfert se fait de la goutte vers la phase continue. Des simulations avec amortissement nul ont permis de confirmer ces phénomènes.

²²si l'étirement initial est suffisant

²³agissant sur la goutte



Fig. 2.14 – Déformations avant rupture, [RISSO et FABRE, 1998]

Malgré son intérêt physique évident ce type de rupture ne peut nous concerner puisqu'il requiert un niveau de turbulence qui ne semble pas présent dans les colonnes que nous étudions.

2.4 Besoins, objectifs et démarche

2.4.1 Grandeurs à mesurer

Si l'on reprend l'équation de transport de l'aire interfaciale volumique (2.38), trois grandeurs majeures se dégagent :

- L'aire interfaciale volumique, grandeur principale dont les données dans la littérature sont plus que rares pour les systèmes de type liquide-liquide et encore moins nombreuses si l'on impose un mode de mesure eulérien.
- Le [Taux de rétention](#) qui, dans un volume de contrôle donné, représente le rapport du volume de phase dispersée par celui de la phase continue présente.
- Et l'anisotropie qui dans un premier temps est modélisée et ne nécessite donc pas de mesures .

Au final il reste deux grandeurs à mesurer en gardant à l'esprit la nature eulérienne du modèle. Pour répondre à cette exigence, il est nécessaire d'acquérir des comportements moyens que l'on peut assimiler à une moyenne statistique sur un certain nombre d'évènements. Ces moyennes seront établies en un nombre fini d'instantanés du cycle de pulsation.

Pour éviter toute intrusion dans l'écoulement, les méthodes choisies pour effectuer ces mesures reposent sur des techniques de traitement d'images qui ont nécessité la conception d'une colonne pulsée disposant d'éléments de correction optique. Pour rendre possible l'établissement des moyennes un dispositif expérimental particulier a été utilisé permettant de synchroniser toutes les prises de vue avec le cycle de pulsation. La description de ces dispositifs fait l'objet du chapitre suivant.

2.4.2 Démarche retenue

Au final, en dehors des termes de rupture et de coalescence, l'inconnue la plus contraignante est l'aire interfaciale volumique qui ne sera accessible que par caractérisation de l'émulsion.

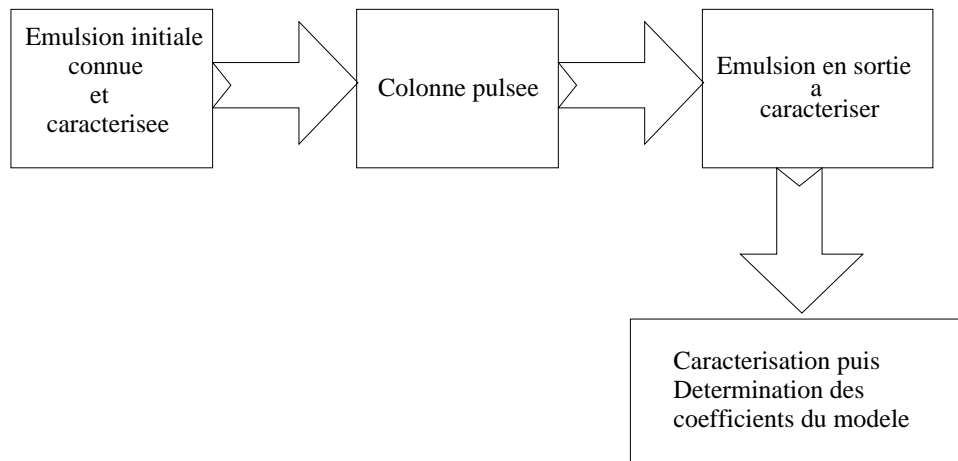


Fig. 2.15 – Démarche expérimentale simplifiée

Notons qu'il sera important, à des fins de clarté et de facilité d'analyse, d'isoler autant que faire se peut la rupture et la coalescence. Une description de la démarche retenue est présentée à la figure (2.15). Le dispositif expérimental va nous servir à générer une hydrodynamique maîtrisée qui permettra dans certains cas de provoquer ou non de la rupture. Le comportement de l'émulsion à la traversée du dispositif et sa situation à la sortie vont nous donner des informations sur la rupture et la coalescence. Les méthodes de caractérisation utilisées sont présentées dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Dispositif expérimental

3.1 Montage expérimental

3.1.1 Présentation de la colonne

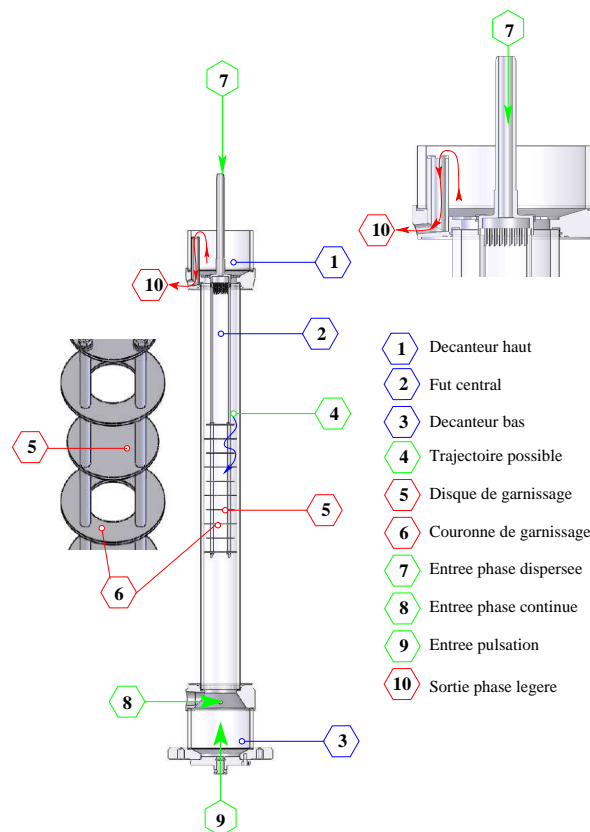


Fig. 3.1 – Schéma descriptif de la colonne pulsée.

La colonne pulsée (3.1) est le coeur du dispositif expérimental. Sa conception répond aux besoins suivants :

- La réversibilité des modes de fonctionnement, en phase aqueuse continue FAC ou en phase organique continue FOC. Dans ce document la colonne est utilisée en mode FOC, la phase

continue étant le **Tétrapropylène Hydrogéné, Dodécane (TPH)**.

- L’interchangeabilité du garnissage pour permettre, par exemple, de changer le matériau constitutif de celui-ci afin d’obtenir de meilleures caractéristiques d’hydrophobie. Il s’agit aussi de pouvoir générer des écoulements de type différents en mettant d’autres géométries de garnissage comme les rétreints ou les convergents divergents.
- La possibilité de mettre en oeuvre des méthodes de caractérisation de type optique comme la vélocimétrie par image de particules ou tout simplement le traitement d’images couplé à divers algorithmes tels que celui de HOUGH. La quantification des phénomènes observés sur les “prises de vue” nécessite une correction de la distorsion produite par la courbure du cylindre du fût. Cette correction est apportée par la mise en place d’une double enveloppe en verre de section carrée remplie avec le fluide utilisé comme phase continue. L’image (3.2) illustre les effets de cette correction.

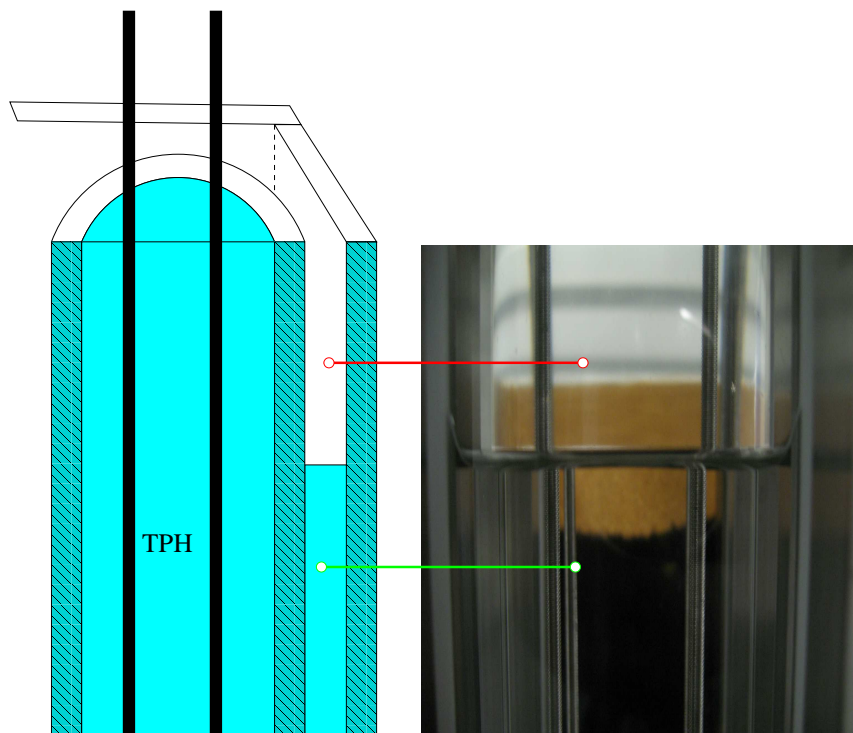


Fig. 3.2 – Effets de la double enveloppe. La partie vide de cette dernière laisse apparaître une image disproportionnée des **tirants** du garnissage.

Le garnissage utilisé est un garnissage classique de type disques-couronnes. Les principales dimensions sont représentées sur le schéma (3.3).

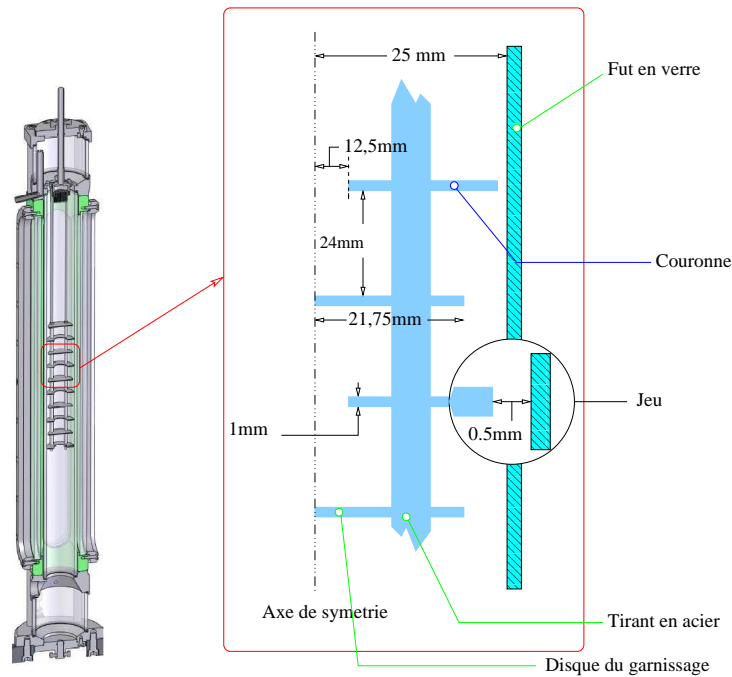


Fig. 3.3 – Données géométriques de la colonne pulsée.

3.1.2 Système de phase

Méthode d'ajustement d'indices de réfraction

La différence d'indices de réfraction entre les deux fluides pose problème lors de l'utilisation d'une nappe laser pour éclairer les tranches de l'émulsion. En effet les problèmes de réflexions et réfractions vont empêcher le laser de traverser complètement l'émulsion si bien que des zones d'ombres gênantes pour les traitements vont apparaître sur les photos. L'une des solutions au problème est d'effectuer un ajustement d'indices optiques des deux fluides. Dans notre cas les fluides utilisés sont :

- d'une part du **TPH**, pur dans un premier temps. Mais que l'on pourra ensuite mélanger à du **Tributylphosphate (TBP)** pour des besoins d'ajustement de densité¹.
- d'autre part un mélange d'eau et de fluoresceine (0,02g/l).

Espèce	Densité	Indice optique
Eau+Fluoresceine	1	1,3333
TPH pur	0,76	1,425
Glycérol pur	1,25	1,474
Eau-Fluo-66%Glycérol	1,1661	1,423

Tab. 3.1 – Propriétés physiques des fluides utilisés

¹l'ajustement de densité devrait permettre de ralentir les gouttes de phase dispersée et réduire les exigences en termes de vitesse de prise de vue.

La phase dispersée, le mélange eau-fluoresceine, a un indice optique inférieur à celui de l'autre phase, le **TPH**. L'ajustement se fait par ajout de glycérol à l'eau jusqu'à obtenir une mixture dont l'indice optique est très proche de celui du **TPH**. D'autres additifs sont proposés par BUDWIG[61]. Dans notre cas le glycérol semble être le meilleur choix pour des raisons de prix et de sécurité.

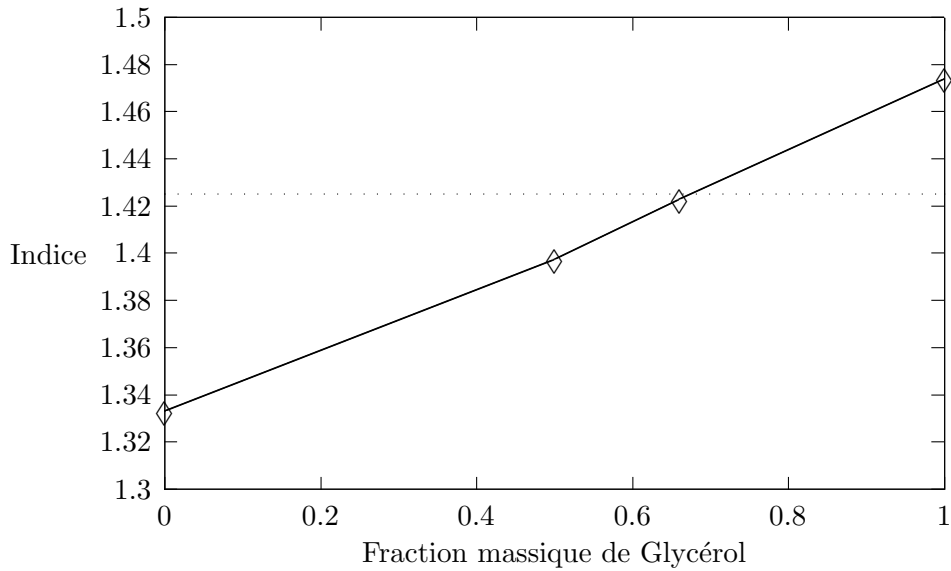


Fig. 3.4 – L'ajustement optique est atteint à une fraction massique en glycérol de 0,66. Les indices des deux phases ne diffèrent plus que de 0,002

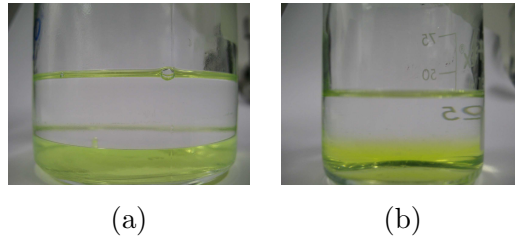


Fig. 3.5 – Légende : (a) système nonajusté optiquement, (b) système optiquement ajusté, l'interface n'est perceptible que grâce à la couleur de l'autre phase.

3.1.3 Caractéristiques des signaux de pulsation

Les études présentées ici ont été faites sur les signaux bruts pour chaque fréquence de pulsation traitée. Il s'agit principalement d'avoir une idée de la régularité des signaux pour comprendre les "concessions" faites au cours de la phase de synchronisation. Rappelons au passage que le pulseur est réglable en fréquence et en pression. Cette dernière agissant directement sur l'amplitude d'oscillation du fluide dans la colonne. Les études présentées concernent une seule valeur de pression, celle qui permet d'avoir la plus importante amplitude sans injecter de l'air dans la colonne.

Signal à 1Hz

La mesure de régularité se base sur la comparaison de la durée de chaque période avec celle de la période moyenne calculée sur l'ensemble du signal qui couvre généralement une durée d'au moins une centaine de cycles.

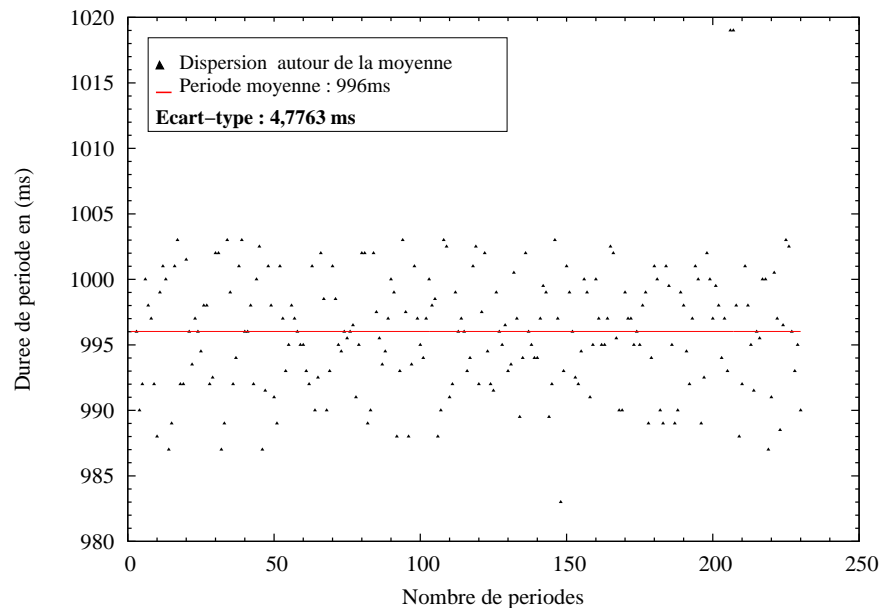


Fig. 3.6 – Répartition autour de la moyenne des mesures de période du signal de pulsation à 1Hz pour une pression de pulsation de 170mBar.

Les écarts type mesurés sont inférieurs à 5ms pour une période qui en fait 1000. La régularité du signal est donc très correcte.

Signal à 2Hz

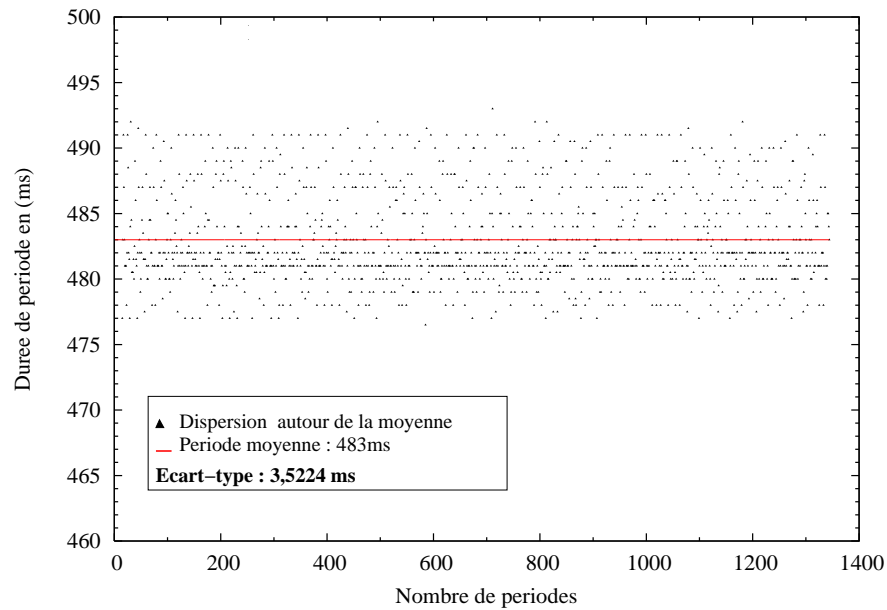


Fig. 3.7 – Répartition autour de la moyenne des mesures de période du signal de pulsation à 2Hz pour une pression de pulsation de 200mBar.

L'écart relatif est à environ 3,5ms pour une période moyenne de 483ms. Les cycles affichent des variations de durée inférieures à 1% de la durée de la période moyenne.

Signal à 0,5Hz

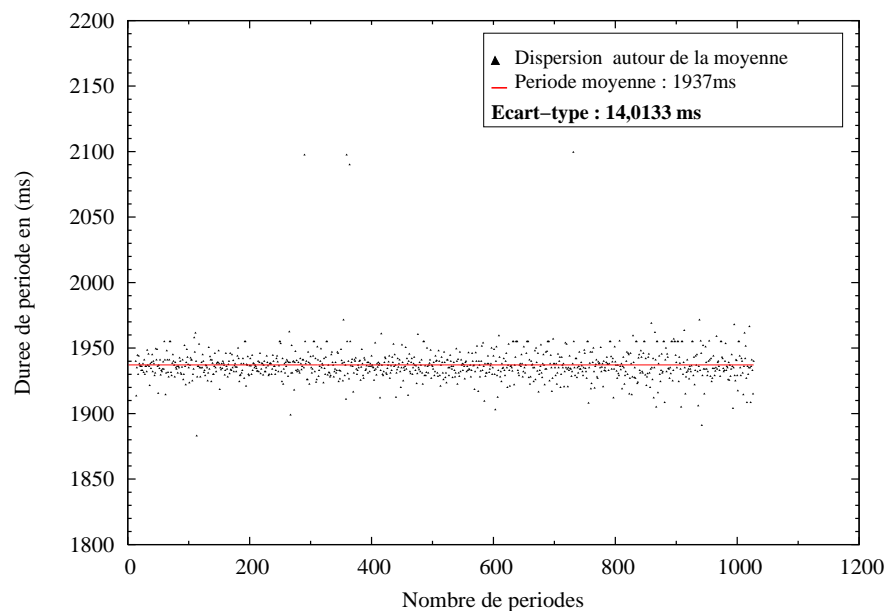


Fig. 3.8 – Répartition autour de la moyenne des mesures de période du signal de pulsation à 0,5Hz pour une pression de pulsation de 170mBar.

Les variations restent encore inférieures à 1% pour cette fréquence.

Au final, pour toutes les fréquences étudiées la régularité du signal de pulsation est telle que la variation de période autour de la moyenne est inférieure au pour-cent. Ainsi les variations de positionnement d'une prise de vue, d'une période à l'autre, n'excèdera pas un centième de la durée du cycle.

3.1.4 Synchronisation

L'opération de synchronisation des prises de vue sur le cycle de l'écoulement dans la colonne est une réponse au besoin d'obtenir des résultats moyennés décrivant un comportement moyen dans un espace donné de la colonne conformément à la vision eulérienne du modèle. Cette synchronisation a permis de répondre de façon satisfaisante à ce besoin. Nous appellerons "[Moyenne synchrone](#)" la moyenne des toutes les images ou de tous les champs obtenus à un même instant du cycle de pulsation.

Dispositif de synchronisation

L'objectif de la synchronisation est d'être en phase avec l'écoulement à l'intérieur de la colonne. Des prises de pression liées à un capteur différentiel ont été disposées de part et d'autre d'un convergent-divergent placé dans la [Jambe de pulse](#). Le signal oscillant ainsi obtenu est injecté dans un montage électronique de dérivation, filtrage et amplification pour le rendre exploitable par un générateur d'impulsions TTL. Les créneaux du signal TTL sont générés sur front ascendants du signal dérivé à un seuil de 2,5V de façon à déclencher la prise de vue à un extremum du signal de pulsation préalablement filtré. Ils sont ensuite injectés dans la caméra rapide qui les interprète comme des ordres. Une série d'images, dont le nombre est fixé au préalable, est prise à chaque créneau reçu par la caméra. La régularité des signaux aux fréquences étudiées ([3.1.3](#)) permet de limiter les ordres envoyés à la caméra à la seule première image de chaque cycle, toutes celles qui suivent étant prises à des intervalles connus et fixés à l'avance. Pour des raisons de réactivité de l'électronique embarquée dans la caméra, la durée de prise de vue par période est inférieure à la durée de la période si bien qu'un intervalle représentant environ une à deux images en fin de période est resté inaccessible. La caméra attend chaque ordre avant de lancer l'acquisition (MODE RANDOM) ce qui permet de rester synchrone avec la pulsation malgré une éventuelle modification de la durée du cycle.

En plus des images, tous les signaux nécessaires à la vérification de la qualité de la synchronisation sont enregistrés par le biais d'une carte d'acquisition NATIONAL INSTRUMENTS.

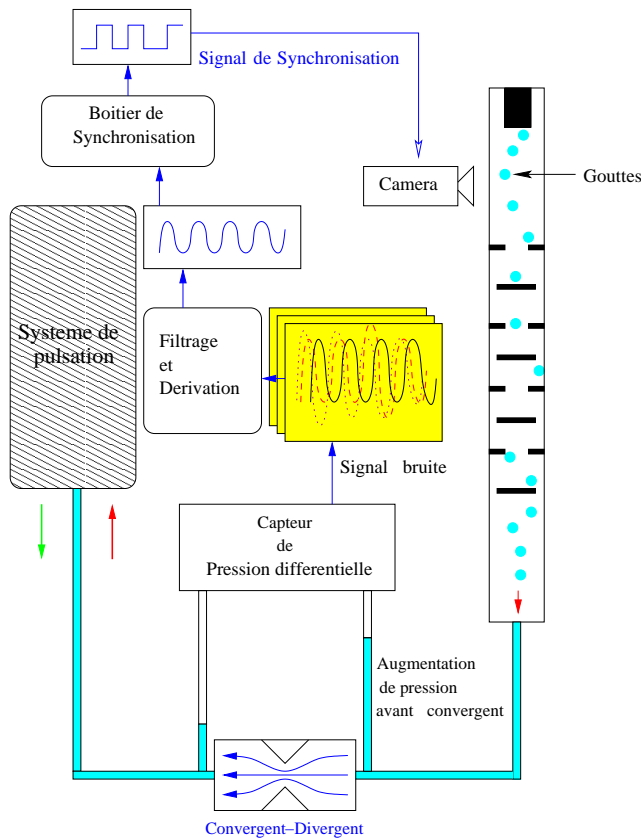


Fig. 3.9 – Description schématique du système de synchronisation mis en place.

un bref descriptif du système électronique peut être consulté en annexe (B.1).

Exploitation des données

L'exploitation de la synchronisation nécessite l'utilisation simultanée :

- du fichier *.cih généré par la caméra (fig. 3.10) qui contient un certain nombre d'informations sur les options de prise de vue dont en particulier la vitesse² et le nombre d'images prises par série.
- des images numérotées à partir de 0.
- de la dérivée amplifiée et filtrée du signal de pression
- du signal de pression brute
- et des créneaux injectés dans la caméra.

```

User Defined Camera Name : Car
Session Number :
Record Rate(fps) : 125
Shutter Speed(s) : 1/1000
Trigger Mode : Random 220
Original Total Frame : 1580
Total Frame : 1580
Start Frame : 0

```

Fig. 3.10 – Extrait du fichier *.cih généré par la caméra rapide. Le **Framerate** et le nombre d'images prises par cycle sont encadrés en rouge.

²framerate

L'utilisation combinée du numéro de l'image en cours de traitement et du nombre d'images par cycle permet de localiser la période contenant l'image. Le décalage entre le début réel de la pulse et la première image prise peut alors être mesuré précisément. Ce qui évite de subir les erreurs liées aux modifications de la durée de la période. La connaissance du décalage et du [Framerate](#) permettent ensuite de localiser précisément l'image sur le cycle de pulse réel.

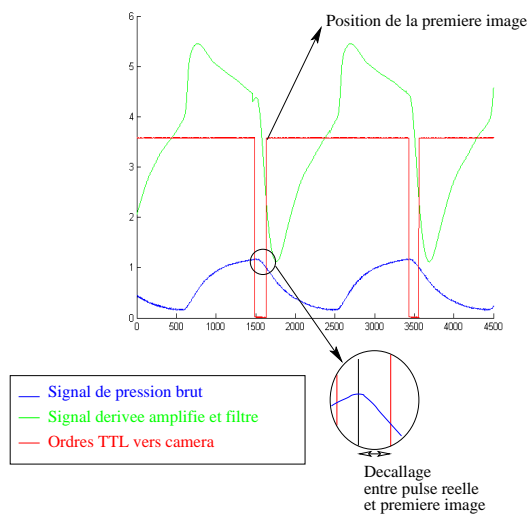


Fig. 3.11 – Extrait d'enregistrement des signaux. Le décalage entre début de pulse et première image, combiné avec les informations contenues dans le fichier *.cih permettent de localiser précisément n'importe quelle photo prise par la caméra.

Cette possibilité de localiser précisément les photos sur le cycle de pulse présente un avantage double :

- d'une part la possibilité de savoir quel groupe d'images exploiter pour les opérations de calcul de moyenne de phase.
- d'autre part l'établissement aisé de correspondance entre n'importe quelle image et un champ de vitesse calculé ou mesuré.

Ces avantages constituent la clé de voûte des algorithmes de traitement d'image qui vont être présentés dans les sections suivantes du document.

Convergence sur la moyenne de phase

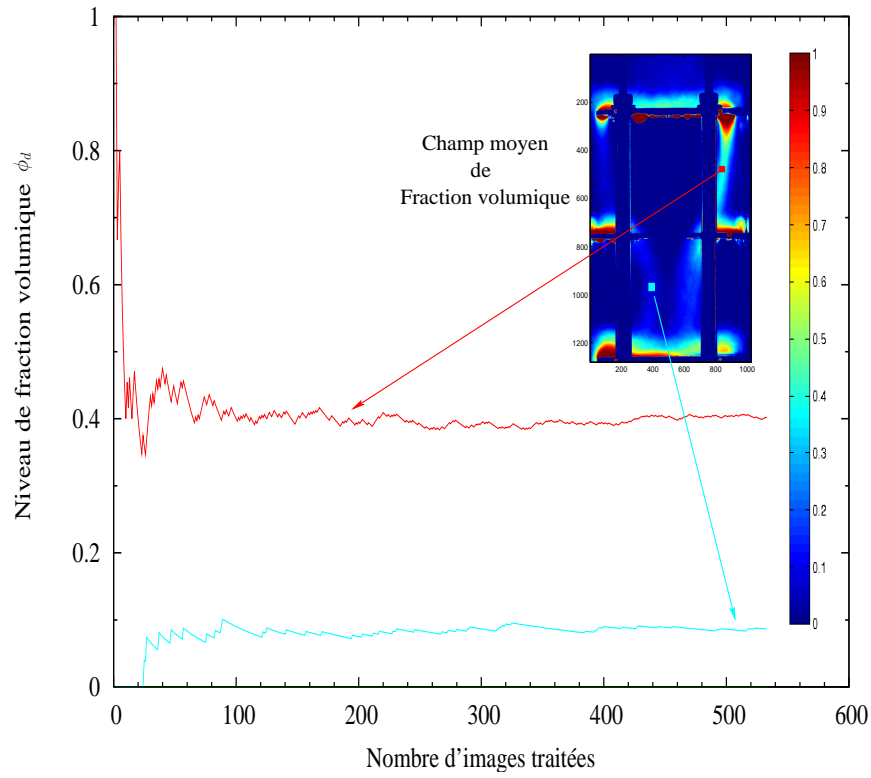


Fig. 3.12 – Evolution de la fraction volumique moyenne en fonction du nombre d'images utilisées pour le calcul.

L'étude de convergence (3.12) indique que la moyenne calculée se stabilise à partir de 300 images traitées. Les 500 images que nous avons utilisées pour chaque point du cycle de pulsation sont donc suffisantes.

Chapitre 4

Les méthodes de mesure

4.1 Taux de rétention

4.1.1 Principe de la méthode

La méthode de mesure se base sur la définition suivante : le *Taux de rétention* représente la probabilité de trouver une phase donnée à un endroit de l'espace à un instant donné.

Le pixel étant pris comme étant la plus petite division, chaque pixel contenant de la phase dispersée est affecté d'un 1, les autres sont mis à 0. La binarisation des images obtenues par fluorescence induite par laser permet d'obtenir très facilement ce genre de cartographie. Pour établir des *moyennes synchrones*, les images sont sélectionnées en fonction de l'instant qu'elles représentent sur le cycle de pulse. Les images prises au même instant sont ensuite moyennées pour avoir le comportement moyen de l'émulsion à l'instant étudié. Un code de couleur attribué en fonction du niveau de taux de présence permet ensuite de faire des études quantitatives.

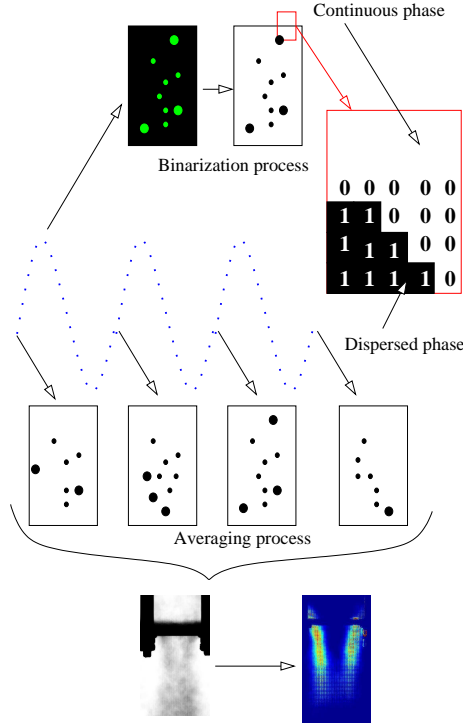


Fig. 4.1 – Méthode de calcul du taux de rétention

4.1.2 Nettoyage des images

De par sa couleur, le garnissage en inox a occasionné l'apparition d'un certain nombre de zones de reflexion qui dégradent de façon non négligeable l'information contenue dans les images. Pour corriger ce problème, qu'il est aussi possible d'effacer complètement avec un filtre choisi à la longueur d'onde de fluorescence du colorant, nous allons effacer les zones de l'image dont la variation de luminosité par rapport à l'image moyenne est inférieure à un certain seuil. Nous calculons pour cela une carte d'écart type obtenue avec l'image moyenne calculée sur chaque répertoire et la définition suivante :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.1)$$

x_i désigne l'image courante ou le pixel courant

et \bar{x} l'image moyenne ou la valeur moyenne au pixel courant.

n est le nombre d'images dans le répertoire.

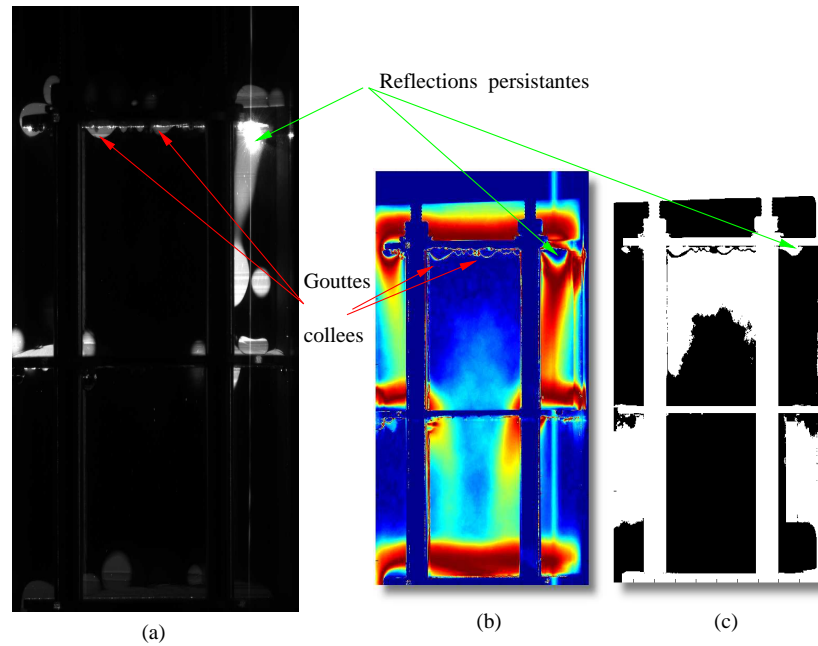


Fig. 4.2 – (a)image brute de départ, (b)image donnant l'écart type de luminosité de chaque pixel, (c) masque obtenu. Les zones blanches sont retirées dans le calcul de la moyenne.

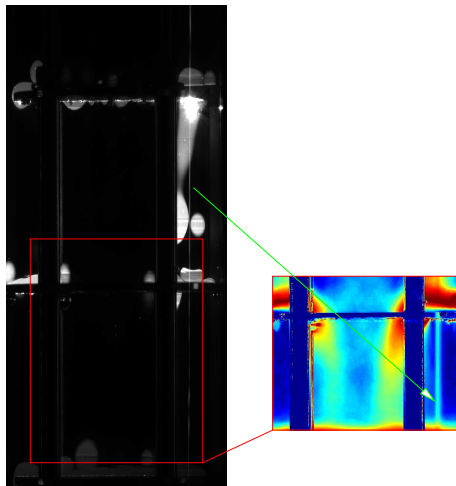


Fig. 4.3 – D'autres réflexions présentent des variations importantes de luminosité et échappent au seuillage utilisé. Celles-ci sont effacées manuellement.

L'image brute (4.2-(a)) est présente un certain nombre de réflexions qui vont devenir gênantes pour les traitements futurs de par leur haut niveau de luminosité. En outre on constate la présence de gouttes continuellement collées au garnissage faussant l'évaluation du [Taux de rétention](#) moyen de l'étage. Comme on peut le constater sur la figure (4.2-(b)) les gouttes collées, certaines zones de réflexions ainsi que le garnissage sont caractérisés par un σ très faible contrairement aux zones à circulation où la luminosité des pixels varient beaucoup. Certaines réflexions étant à luminosité constante, comme la plupart des gouttes collées, nous avons utilisé l'écart-type de luminosité de chaque pixel pour les retrouver.

Effets du nettoyage

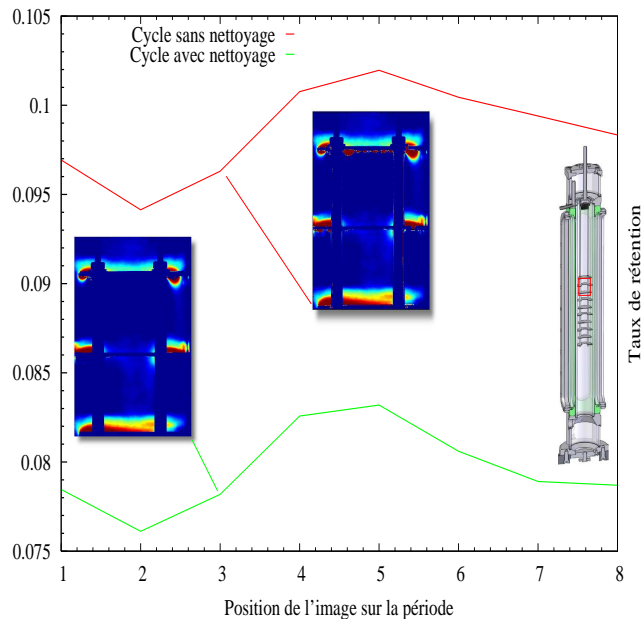


Fig. 4.4 – Evolution sur un cycle de la moyenne du taux de rétention dans le premier étage de la colonne avec et sans nettoyage de l'image à 1Hz. L'absence de nettoyage engendre une surestimation supérieure à 20% du taux de rétention.

4.2 Aire interfaciale volumique

Le calcul de l'aire interfaciale volumique n'est fait qu'en **Amont** et en **Aval** du garnissage. Cela est dû au fait que l'algorithme de calcul ne fonctionne que sur des gouttes dont la forme est proche de la sphère. Avant la phase de calcul proprement dite se déroule une étape de détection des gouttes utilisant la méthode de HOUGH. Cette section du chapitre va donc d'abord s'attacher à décrire cette méthode qui permet de détecter les gouttes mais surtout et en particulier les amas de gouttes. Ensuite le calcul effectué sur les gouttes détectées sera exposé. Une évaluation des erreurs commises par la méthode de calcul clôturera cette section.

4.2.1 Algorithme de HOUGH

La méthode de HOUGH n'est pas une technique propre à la recherche de cercles. Il s'agit d'un algorithme applicable à la détection, sur une image, de toute forme géométrique descriptible avec un nombre limité de paramètres. Le cercle qui peut être décrit par un nombre raisonnable de paramètres (centre et rayon) s'y prête tout particulièrement de même que les droites. La détection d'autres formes telles que les ellipses a aussi fait l'objet d'implémentation de la méthode de HOUGH mais avec une efficacité moindre et un coût en mémoire assez prohibitif. Cette partie du chapitre va d'une part se pencher sur la présentation de l'algorithme de base et de quelques améliorations qui lui ont été apportées puis, dans un deuxième temps, il va exposer comment l'algorithme de HOUGH-cercles est adapté à la détection correcte d'ellipses, sous certaines conditions et sans aller jusqu'à implémenter l'algorithme HOUGH-ellipse jugé trop lent.

Principe

Le fonctionnement de l'algorithme HOUGH-cercles s'appuie sur cette simple remarque (4.5) :

L'ensemble des centres des cercles de rayon r s'appuyant sur un point P est un cercle de rayon r centré en ce point.

Le but de la recherche est de trouver le cercle correspondant le mieux à la forme présente sur l'image d'origine. Nous appellerons "solution" ce cercle qui fait l'objet de la recherche. Plusieurs solutions plus ou moins convenables existent. L'algorithme va balayer l'ensemble des solutions possibles¹ et sélectionner la « meilleure » solution en fonction des critères définis. Les solutions trouvées sont stockées dans une matrice appelée matrice de HOUGH. La dimension de cette matrice est étroitement liée au nombre de paramètres nécessaires à la définition de la forme recherchée. Un cercle étant défini par son centre (2 paramètres) et son rayon, la matrice de HOUGH correspondante sera une matrice 3D. Ainsi pour chaque rayon recherché une matrice 2D sera remplie pour stocker les centres trouvés.

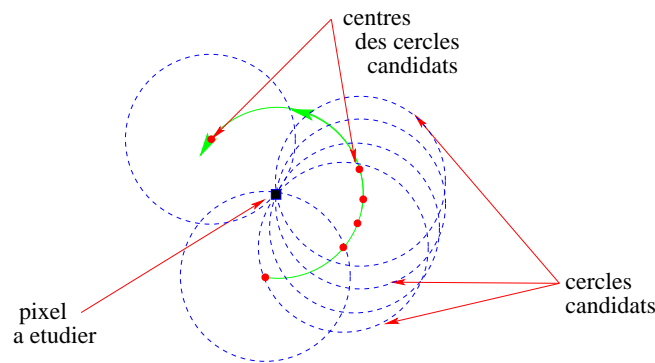


Fig. 4.5 – L'ensemble formé par les centres successifs des cercles de rayons r passant par un pixel est un cercle de rayon r centré en ce pixel.

La première étape est la détection du contour de toutes les gouttes. Cette étape n'est pas commune à tous les algorithmes de HOUGH mais dans notre cas il s'agit d'une opération déterminante pour la qualité de la recherche.

Pour chaque pixel appartenant au contour d'une goutte sur l'image d'origine, un cercle de pixels² est allumé dans la matrice de Hough dans la couche correspondant au rayon en cours de recherche. Cette opération est renouvelée pour chaque rayon de l'intervalle de recherche et pour chaque pixel de l'image d'origine appartenant à un contour. Les pixels traités appartenant potentiellement au même cercle il est tout à fait possible d'allumer plusieurs fois le même pixel dans la matrice de Hough. Chaque couche contient des pixels dont la luminosité est d'autant plus grande que le nombre de pixels interceptés par le cercle qui y est centré est important.

Trois étapes principales se dégagent donc de cet algorithme :

- une étape de détection de contours dont la précision influence fortement les résultats finaux.

¹dans la limite des bornes définies

²représentant l'ensemble des centres de cercles s'appuyant sur le pixel courant

- une phase d'allumage des pixels dans la matrice de Hough. Cette étape est commune à tous les algorithmes de HOUGH, nous pourrions l'appeler *la phase de balayage des solutions possibles*.
- une étape de *sélection* dont dépend la vitesse de l'algorithme. Comme nous le verrons plus loin, les étapes de sélection peuvent être multipliées pour affiner la recherche.

Cette section va expliquer dans le détail ce qui est fait pendant chacune des phases précédemment citées.

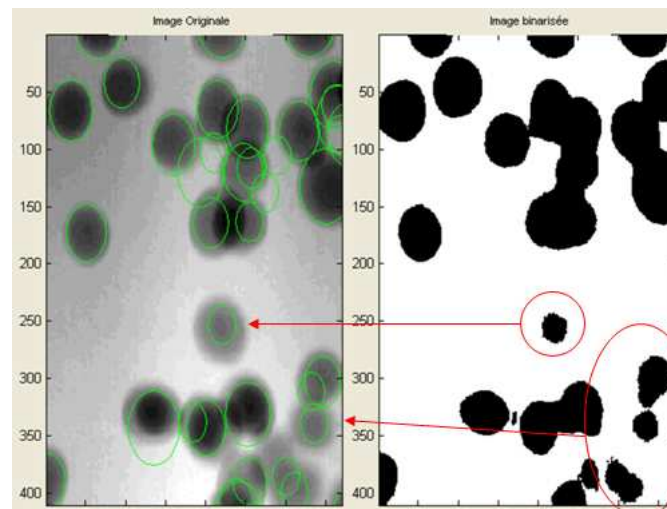


Fig. 4.6 – Exemple de détection

Détection des contours La qualité de détection des contours est étroitement liée à la précision de l'algorithme (*cf.* figure (4.6)). Cette opération est précédée d'un certain nombre d'opérations élémentaires (soustraction du fond, binarisation, filtre gaussien, ...) qui ne seront pas toutes traitées ici. L'objet de la section étant d'introduire la méthode de HOUGH, une attention plus particulière est accordée aux étapes clé de l'algorithme ainsi qu'à celles jugées utiles à l'amélioration de celui-ci. Un bref descriptif du cheminement suivi pour obtenir les contours est présenté à la figure (4.7).

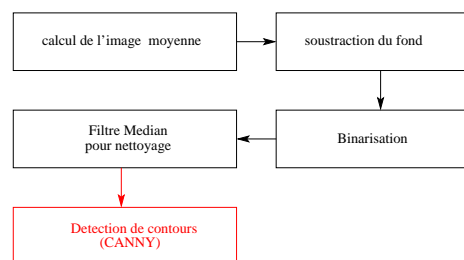


Fig. 4.7 – Descriptif du cheminement suivi pour obtenir les contours. La soustraction du fond est nécessaire pour faciliter la binarisation et effectuer un premier nettoyage de l'image. Le filtre médian utilisé après binarisation permet de débarrasser l'image du bruit restant tout en préservant les contours.

Image de fond La lampe utilisée pour le rétro-éclairage est une lampe à néon dont les variations d'intensité³ sont perceptibles sur l'image (4.6). L'apparition d'un tel gradient de lumière complique la binarisation de cette dernière. Il est possible de supprimer ce gradient en soustrayant l'image de fond de chaque image à traiter. Une image prise en l'absence de gouttes peut suffire pour obtenir une image de fond. Dans le cas où il n'est pas possible de reproduire les bonnes conditions de prise de vue (niveau de luminosité...) une autre méthode existe. Il suffit de calculer l'image moyenne de toutes les images à traiter. La figure(4.8) montre le résultat obtenu par cette méthode. L'image est dépourvue de gouttes mais conserve bien le dégradé de lumière au fond puisqu'il s'agit d'une constante commune à toutes les images à traiter. Un nuage représentant les gouttes restées bloquées sur le plateau apparaît mais celui-ci est sans incidence sur le traitement car la zone lui correspondant n'est pas exploitée. Nous verrons dans d'autres cas de figure que la soustraction de ce fond présente un autre avantage, celui de retirer le garnissage de l'image. Ce qui permet de se concentrer sur le traitement de l'information utile.

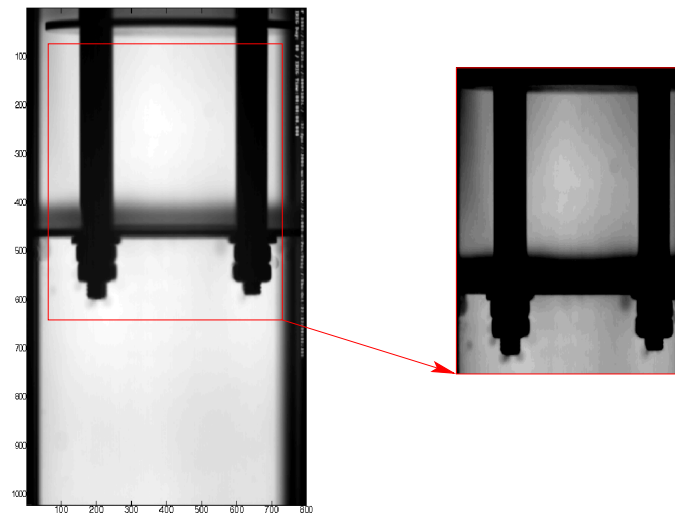


Fig. 4.8 – Image de fond calculée. Le zoom sur la partie supérieure de l'image montre bien le dégradé de lumière que l'on avait sur les autres images. La soustraction va donc bien permettre de retirer ce défaut du système d'éclairage.

Balayage L'étape de balayage correspond au moment où l'algorithme balaie et stocke toutes les solutions possibles dans l'intervalle de recherche défini par l'utilisateur. Concrètement, dans le cas de la recherche de cercles, il s'agit d'incrémenter la valeur de chaque pixel correspondant au centre d'un cercle solution dans la matrice de HOUGH lorsque celui-ci intercepte l'un des pixels appartenant à une goutte de l'image de départ. Plus un cercle interceptera de pixels dans l'image d'origine, plus le pixel représentant son centre sera incrémenté pendant la phase de balayage. On comprend alors pourquoi on peut parler d'allumage puisqu'une fois le balayage terminé la luminosité des pixels de la matrice de HOUGH sera une information précieuse. Cette section va répondre à deux questions importantes :

- Qu'est ce que la matrice de HOUGH ?
- Quels pixels sont initialisés à chaque solution trouvée ?

³dans l'espace

La matrice de Hough Les éléments constitutifs de la matrice de HOUGH représentent des centres possibles de cercles solution. Ces centres étant localisés par leur coordonnées (i, j) sur l'image, ils sont représentés par un pixel localisé au même endroit dans la matrice de HOUGH. Ainsi un cercle solution de centre $(15, 237)$ et de rayon 35 pixels sera représenté par le pixel de coordonnées $(15, 237)$ dans la couche représentant le rayon 35. Comme nous l'avons précisé plus haut cette matrice est constituée de plusieurs couches toutes de mêmes dimensions (nombre de lignes, nombre de colonnes). Le nombre de couches est lié à la largeur de l'intervalle de recherche $[R_{min}, R_{max}]$ et au pas de recherche défini par l'utilisateur. Le pas minimum étant, bien entendu, le pixel. Comme les recherches sont faites sur des pixels, les rayons recherchés sont des entiers (nombre de pixels). Par défaut la recherche est faite avec un pas de 1 pixel et dans ce cas il y a autant de couches que de rayons dans l'intervalle de recherche. L'utilisateur est toutefois libre de choisir ce pas. Il est évident que de l'épaisseur de la matrice de HOUGH dépendra aussi la vitesse de la recherche. Dans le cas de recherche automatisée sur plusieurs images il est conseillé de faire une pré-recherche pour choisir au mieux les bornes de l'intervalle.

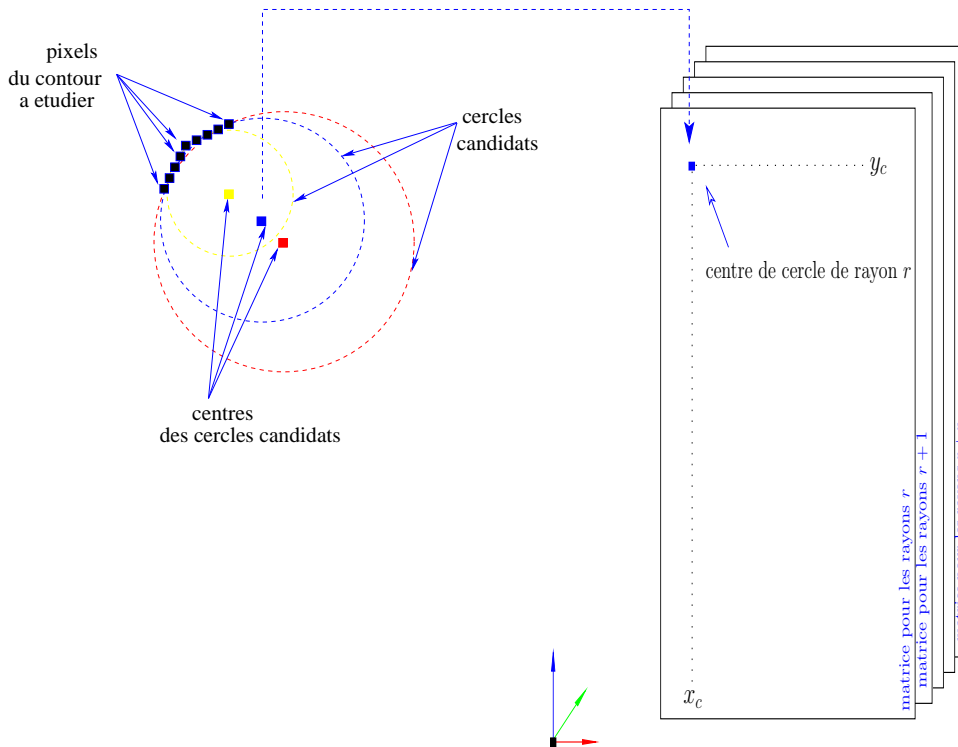


Fig. 4.9 – Remplissage de la matrice de HOUGH. Le centre de chaque cercle solution est allumé dans la couche de la matrice de HOUGH. Les coordonnées du centre sur l'image d'origine et dans la matrice de HOUGH sont les mêmes. Le même pixel peut être incrémenté (ou allumé) plusieurs fois dans la matrice de HOUGH.

Chaque feuille⁴ de la matrice Hough est dimensionnée de façon à inclure correctement les éventuelles gouttes n'apparaissant que partiellement sur l'image d'origine, il s'agit là de l'un des avantages majeurs de l'algorithme. Ainsi, si l'on appelle R_{max} le rayon maximum recherché et m (resp n) le nombre de lignes de l'image d'origine (resp le nombre de colonne), le nombre de

⁴ou couche

ligne de la matrice de Hough est⁵ $m + (2 \times R_{max})$.

Chaque couche de la matrice 3D est associée à un rayon recherché comme nous l'aurons compris. Prenons au hasard un pixel appartenant au contour d'une goutte sur l'image à traiter. Un cercle de rayon r passant par ce pixel sera représenté par son centre et son rayon dans la matrice de HOUGH. Pour l'y représenter il suffit donc de marquer dans la couche correspondant au rayon r le pixel correspondant au centre de ce cercle. Si l'on répète l'opération pour tous les cercles de rayon r passant par le pixel choisi, un cercle de rayon r se forme dans la matrice de HOUGH! Pour accélérer le processus d'allumage et donc de balayage, une astuce exploitant la notion de vectorisation a été utilisée dans le code Matlab implémentant l'algorithme. La position des pixels à allumer n'est pas recalculée à chaque pixel traité, cette opération a été faite une fois pour toute, voyons comment.

Rmap, la carte des cercles recherchés La matrice Rmap citée dans les lignes qui suivent n'a rien à voir avec la matrice de HOUGH. Il s'agit d'une matrice complètement indépendante dont l'utilité pour l'algorithme est comparable celle d'un gabarit. Rmap est une matrice dont les seuls éléments "allumés" sont ceux appartenant à un cercle dont le rayon est inclus dans l'intervalle de recherche. Les pixels appartenant à un même cercle sont initialisés à la valeur du rayon pour permettre une identification rapide de chaque cercle dans sa totalité.

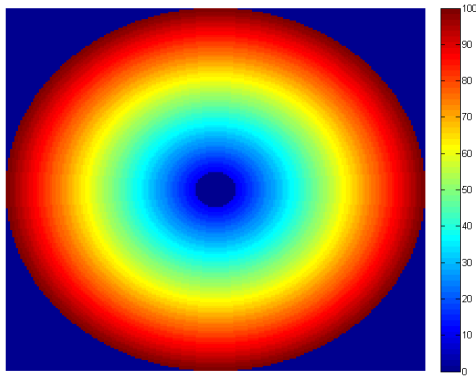


Fig. 4.10 – Matrice RMAP. Comme l'indique le code de couleur utilisé, les pixels de chaque cercle sont initialisés à la même valeur qui est dans ce cas-ci le rayon du cercle. Les zones externes à l'intervalle de recherche sont mises à 0.

Disposer de cette matrice affranchit l'algorithme de calculs répétitifs des coordonnées des pixels à allumer. En effet, il suffit de translater les coordonnées de chaque pixel de **rmap** de la position du pixel étudié pour obtenir les coordonnées des pixels de tous les cercles centrés en ce dernier. Cet avantage est d'autant plus appréciable que le cercle est grand (périmètre croissant avec le rayon). Couplée à l'utilisation de l'indexation linéaire de Matlab® (vectorisation des opérations) cette astuce accroît considérablement la vitesse d'allumage puisque pour chaque pixel étudié sur l'image d'origine, tous les centres des cercles solution sont simultanément allumés dans toutes les couches de la matrice de HOUGH. Il ne faut donc qu'une seule passe à l'algorithme pour balayer toutes les possibilités sur chaque pixel à étudier.

⁵(resp $n + (2 \times R_{max})$)

Selection de la solution Les algorithmes de base font très bien le travail lorsqu'il s'agit de détecter des gouttes uniques. Nous allons voir dans cette section comment arriver à cela assez simplement. Les résultats sur les amas de gouttes restent corrects tant que les contours internes à l'amas sont perceptibles. Mais dès que ces derniers ne sont plus accessibles⁶ la solution trouvée est généralement de bien piètre qualité. La deuxième partie de cette section va donc se focaliser sur les améliorations apportées à l'algorithme de recherche pour d'une part permettre l'obtention de solutions avec des gouttes opaques et d'autre part pour accélérer la convergence vers la meilleure solution.

Selection de base Pendant la phase de balayage, dans chaque couche de la matrice de HOUGH, un cercle est allumé autour de chaque pixel en cours d'étude. Reproduite sur tous les pixels constitutifs du contour, cette opération va provoquer la superposition de cercles de même rayons. Si le contour étudié est un cercle parfait, une intersection des cercles tracés avec un niveau de luminosité supérieur aux autres apparaît. Ce niveau de luminosité est directement proportionnel au périmètre (ou au nombre de pixels) du contour étudié. Les contours étudiés étant rarement parfaits plusieurs intersections plus ou moins lumineuses apparaissent, traduisant l'existence de plusieurs solutions. La meilleure solution est alors choisie selon le niveau d'intensité lumineuse de son centre. En effet plus un cercle solution aura intercepté de pixels sur l'image d'origine plus son centre aura été allumé pendant la phase de balayage. L'intensité lumineuse des pixels de HOUGH est donc un critère de sélection communément utilisé. Les algorithmes les plus courants sélectionnent les solutions en se basant sur la valeur du périmètre du cercle recherché. Un seuil représentant une fraction plus ou moins grande de ce périmètre est utilisé pour trier les solutions. Sont éliminés les éléments de la matrice de HOUGH dont la luminosité est inférieure à ce seuil, en d'autres termes les cercles qui n'auront pas intercepté un nombre suffisant de pixels sur l'image en cours de traitement.

Dans notre cas, le critère de sélection utilisé est le rapport entre le nombre de pixels interceptés par la solution (*luminosité du centre*) et le périmètre de la solution. Aucun seuil ne sera utilisé, la solution présentant la valeur la plus élevée du paramètre sera sélectionnée.

$$\text{critere} = \frac{\text{Nombre de pixels interceptes}}{\text{perimetre de lasolution}} \quad (4.2)$$

Traitement des amas opaques L'application de l'algorithme de base sur un amas de gouttes non opaques permet de détecter des solutions valables. En revanche le traitement sur un amas où les contours internes aux gouttes sont inaccessibles donne des solutions sans rapport avec les gouttes étudiées (4.11). Pour contourner cette difficulté il faut faire travailler l'algorithme sur les arcs de cercles constitutifs de l'amas.

Concavités et découpage Le découpage du contour de l'amas pour isoler les arc de cercle nécessite au préalable un étape de localisation des concavités, lieu où le découpage est effectué. Cette exploitation des concavités en combinaison avec l'algorithme de HOUGH constitue l'une des premières étapes d'amélioration qui différencie notre mode de traitement d'un algorithme standard. BIRK[31] fut l'un des premiers à utiliser cette combinaison. Les concavités sont trouvées en passant le masque décrit par la matrice (4.3) le long du contour de l'amas. A chaque

⁶cas de gouttes opaques

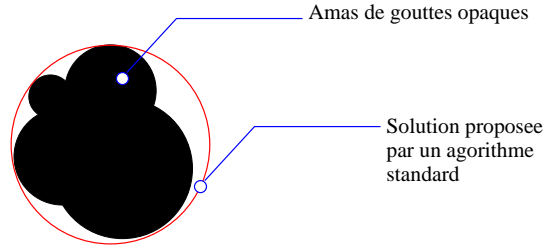


Fig. 4.11 – L'ensemble formé par les centres successifs des cercles de rayons r passant par un pixel est un cercle de rayon r centré en ce pixel.

pixel du contour la matrice (9×9) centrée en ce pixel est multipliée, composante par composante, au masque précédent. Le nombre de 1 qui restent dans la matrice résultat permet de savoir s'il y a une concavité en ce pixel. La forme circulaire de la matrice (4.3) permet de s'affranchir de l'orientation éventuelle de la concavité.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Les imperfections du contours ont tendance à provoquer un sur-découpage. Pour éviter le surcroît de traitements que cela peut engendrer l'algorithme n'est pas appliqué sur les arcs de cercle trop petits.

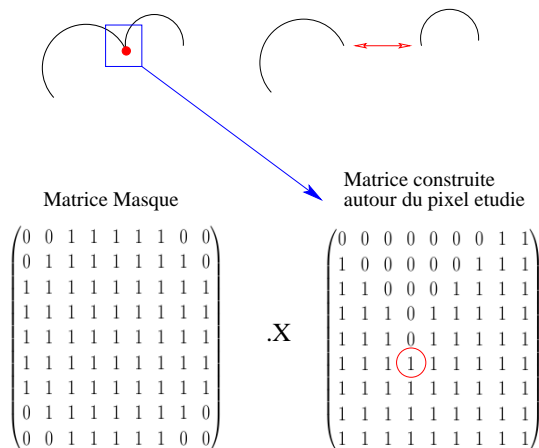


Fig. 4.12 – Méthode de découpage du contour global pour obtenir des arcs de cercle. Le nombre de 1 contenus dans la matrice résultat permet de savoir s'il y a une concavité à cet endroit.

Travailler sur des arcs de cercle permet d'obtenir de meilleurs résultats que sur le contour global. Le nombre de pixels de travail est plus faible mais cet avantage est atténué par l'obtention

de solutions multiples et identiques qu'il faut effacer. Néanmoins la sélection de la solution optimale sur chaque arc est facilitée puisqu'il suffit de choisir le cercle solution dont la luminosité du centre dans la matrice de HOUGH est la plus grande (choix du maximum absolu dans la matrice 3D).

Tout ce qui a été exposé jusqu'ici concerne la détection de cercles isolés où impliqués dans un amas de gouttes. Appliquée sur des ellipses cette méthode montre vite ses limites, la solution proposée sous-estime volume et surface de la goutte réelle avec des écarts prohibitifs. Toutefois, quand cela se produit, il est possible de le savoir en se référant à la valeur du critère de sélection défini par (4.2). A partir de là une correction est possible. Voyons dans quelles conditions elle est acceptable et comment elle est mise en oeuvre.

Extension de l'utilisation de HOUGH-cercles aux ellipses

Cette extension de l'utilisation de l'algorithme de HOUGH à la détection d'ellipses constitue l'une des innovations apportée par la méthode de traitement. Elle est nécessaire pour permettre l'exploitation de routines de calcul d'aire interfaciale volumique sur chaque pixel, initialement développées pour être appliquée sur des sphères, tout en continuant de profiter de la vitesse de détection de cercles.

Outre les erreurs liées à la qualité de la binarisation, la principale source d'erreurs, et la plus pénalisante, est l'anisotropie des gouttes que l'on souhaite détecter. L'anisotropie est l'écart entre la forme réelle de la goutte et le cercle parfait. A défaut de pouvoir étudier le comportement de l'algorithme sur toutes les formes rencontrées, cette étude d'erreur va se focaliser sur le cas des ellipsoïdes qui est majoritaire. Un algorithme de détection d'ellipses aurait pu être implémenté pour minimiser ce type d'erreurs. Mais le travail réalisé au niveau des pixels est autrement plus complexe sans compter la lenteur de détection d'ellipses qui fait passer le nombre de paramètres à rechercher de 3 à 5.

Ellipsoïde test L'objectif de la correction n'est donc pas de détecter des ellipses mais de proposer le cercle "équivalent" qui permettrait de minimiser les erreurs commises. Voyons pour une ellipse donnée quel cercle convient le mieux. Prenons donc au préalable une ellipsoïde dont les dimensions sont connues :

- un demi grand axe noté **b**
- un demi petit axe noté **a**

Conformément au comportement des gouttes cet ellipsoïde est pris aplati et de révolution autour de son petit axe a. Le troisième demi-petit axe est donc égal à b.

Le volume y correspondant est donné par l'expression :

$$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi ab^2 \quad (4.4)$$

Deux possibilités intuitives se présentent :

- approcher l'ellipsoïde par la sphère de volume équivalent

– ou l’approcher par la sphère de surface équivalente

La conservation du volume imposerait de prendre comme solution détectée la sphère dont le volume correspond à celui donné par (4.4) à savoir la sphère de rayon :

$$r = (ab^2)^{1/3} \quad (4.5)$$

Dans ces conditions la différence de surface vaudrait alors :

$$\Delta S = |4\pi r^2 - 2\pi \left(b^2 + a^2 \frac{\operatorname{argth} e}{e} \right)| \quad (4.6)$$

e étant l’excentricité de l’ellipse donnée par :

$$e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} \quad (4.7)$$

Prenons le changement de variable suivant qui traduit le niveau de déformation de l’ellipsoïde :

$$\chi = \frac{b}{a} \quad (4.8)$$

Le rapport entre ΔS et la surface de l’ellipsoïde de révolution est alors une fonction de la seule variable χ (lowercase chi) :

$$\frac{\Delta S}{S_{\text{Ellipsoïde}}} = \frac{|2\chi^{4/3} - \chi^2 - \left(\frac{\operatorname{argth} e}{e}\right)|}{\chi^2 + \left(\frac{\operatorname{argth} e}{e}\right)} \quad (4.9)$$

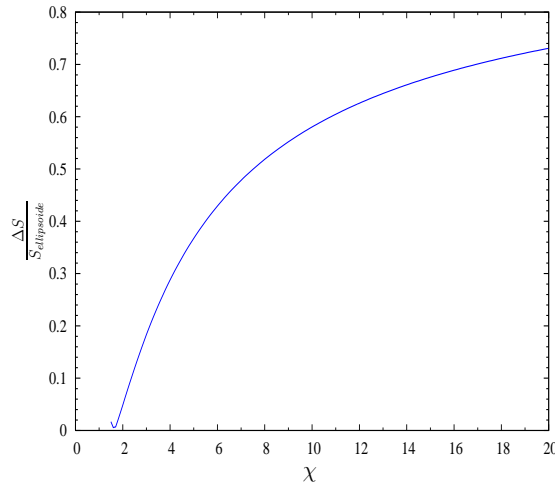


Fig. 4.13 – Evolution de l’écart des surfaces en fonction de l’étirement de l’ellipse.

Dans l’hypothèse où l’on conserve le volume de la goutte d’origine en détectant volontairement la sphère du même volume, l’écart entre les deux surface d’échanges augmente avec le taux d’étirement de la goutte étudiée. Cette écart a une limite finie de l’ordre de 80% de la surface réelle. La valeur moyenne du rapport χ mesuré sur les images en amont et en aval du garnissage est de l’ordre de 1,5 ; ce qui occasionne une erreur en surface de l’ordre de 2%.

Dans le cas où l'on détecte volontairement une sphère dont la surface est la plus proche possible de celle de l'ellipsoïde choisi, le rayon équivalent est donné par :

$$4\pi r^2 = 2\pi \left(b^2 + a^2 \frac{\operatorname{argth} e}{e} \right) \quad (4.10)$$

L'écart adimensionnel entre les volumes respectifs de l'ellipsoïde et de la sphère de même surface, en fonction du paramètre χ est alors :

$$\frac{\Delta V}{V_{\text{ellipsoïde}}} = \frac{\left[\left[1/2 \left(\chi^2 + \frac{\operatorname{argth} e}{e} \right) \right]^{3/2} - \chi^2 \right]}{\chi^2} \quad (4.11)$$

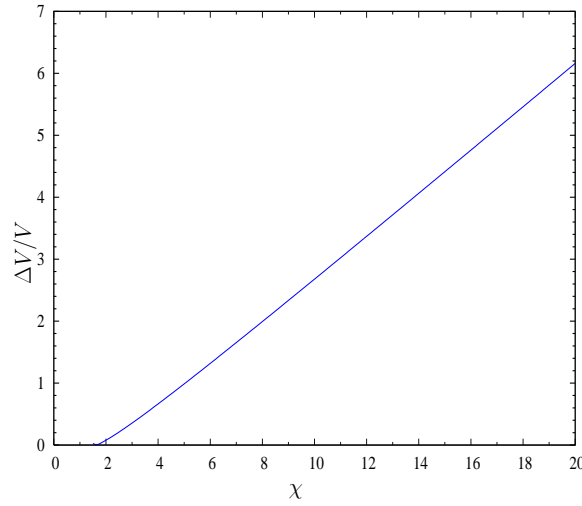


Fig. 4.14 – Évolution de l'écart des volumes en fonction de l'étirement de l'ellipse.

En choisissant de détecter une sphère de surface équivalente à l'ellipsoïde, l'erreur commise sur le volume croît aussi avec le niveau de déformation de la goutte. Néanmoins pour un même niveau d'étirement l'erreur commise en volume est plus importante que celle commise en surface. L'objectif étant de limiter les erreurs, le choix de remplacer l'ellipsoïde représentant la goutte par la sphère de volume équivalent est donc le plus judicieux.

Ainsi la correction proposée est d'approcher le plus possible de cette sphère de volume équivalente lorsque cela est nécessaire (activation de la correction déclenchée par une valeur seuil de 4.2.)

Application numérique, comportement de l'algorithme Prenons une ellipse dont le facteur χ vaut 1,5. La sphère de même volume est la meilleure solution à trouver, elle ne présente qu'une erreur d'environ 2% sur l'évaluation de la surface.

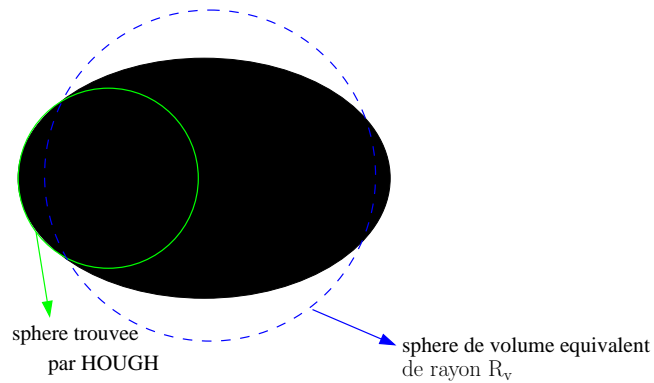


Fig. 4.15 – Solution de HOUGH et cercle représentant la sphère de volume équivalent. L'idée est de rapprocher la solution trouvée par HOUGH du cercle dont le rayon est noté R_v .

Le cercle vert de (4.15) représente la solution donnée par l'algorithme de recherche. Le cercle bleu en pointillés représente la sphère de même volume que l'ellipsoïde. Comme on peut le constater l'écart de rayon entre les deux cercles est très important.

Deux cas de figure se présentent :

- la goutte à traiter est isolée. Dans ce cas Matlab® permet de retrouver aisément les demi-axes de l'ellipse [35]. Une fois ces longueurs connues la relation (4.5) donne accès au rayon de la sphère de volume équivalent.
- la goutte fait partie d'un amas et dans ce cas les fonctions de reconnaissance de forme de Matlab® ne permettent plus d'obtenir les demi-axes de l'ellipse et la relation (4.5) n'est plus utilisable.

Correction sur les amas de gouttes Le cas des gouttes isolées est donc résolu par l'utilisation de la reconnaissance de forme de Matlab® et de la relation (4.5). Pour les amas de goutte, lorsque la valeur du coefficient (4.2) l'exige, un facteur multiplicatif noté x_{corr} est appliqué au rayon R_{HOUGH} donné par l'algorithme de HOUGH. Notons R_{corr} la correction du rayon détecté telle que :

$$R_{\text{corr}} = R_{\text{HOUGH}} \times x_{\text{corr}} = R_{\text{HOUGH}} \times \chi \quad (4.12)$$

x_{corr} est le facteur correcteur qui sera initialement pris égal à χ . Notons β_{corr} la quantité suivante :

$$\beta_{\text{corr}} = 100 \times \left(\frac{|R_{\text{corr}} - R_v|}{R_v} \right) \quad (4.13)$$

Et β l'équivalent sans appliquer la correction :

$$\beta = 100 \times \left(\frac{|R_{\text{HOUGH}} - R_v|}{R_v} \right) \quad (4.14)$$

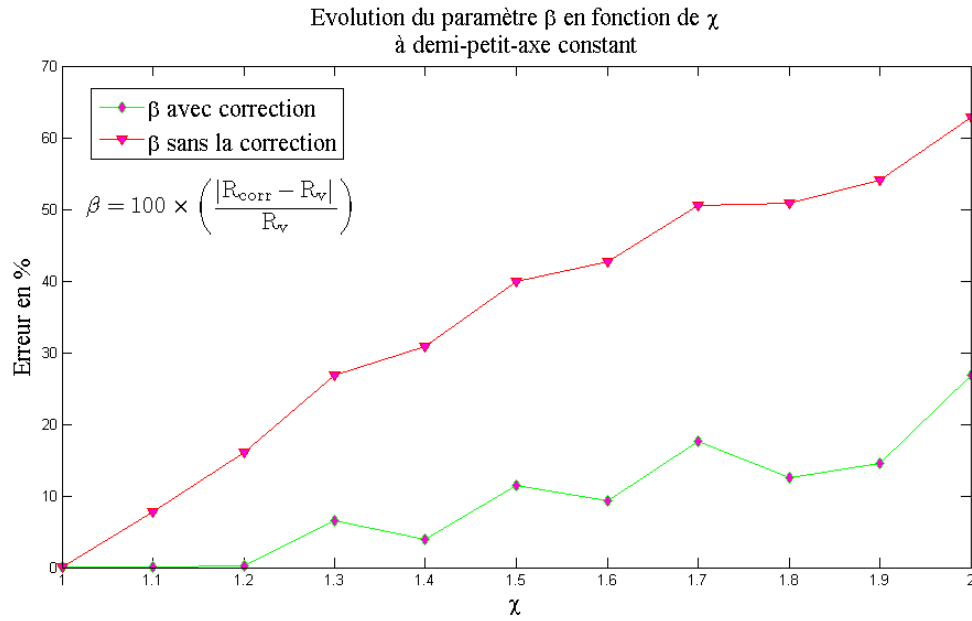


Fig. 4.16 – Évolution de β en fonction du paramètre χ . Cette évolution se fait en dent de scie à cause de la résolution de l'image. le pas de variation

Quelle que soit la valeur de χ , la correction apportée permet de réduire de façon importante l'erreur commise en remplaçant une ellipsoïde par un sphère. En supposant que le paramètre χ soit accessible même sur les amas de gouttes, la correction apportée permet de faire une erreur n'excédant pas les 10% pour les valeurs inférieures à la moyenne mesurée du paramètre χ à savoir 1,46 dans le cas le plus contraignant(5.24). Ce paramètre n'étant, en réalité, pas calculable sur les amas de gouttes, χ est remplacé par sa valeur moyenne la plus haute, 1,46. Notons alors β' l'équivalent de β mais avec χ_{moyen} à la place de χ . Un tel remplacement produit d'importantes erreurs comme le montre la figure (4.17).

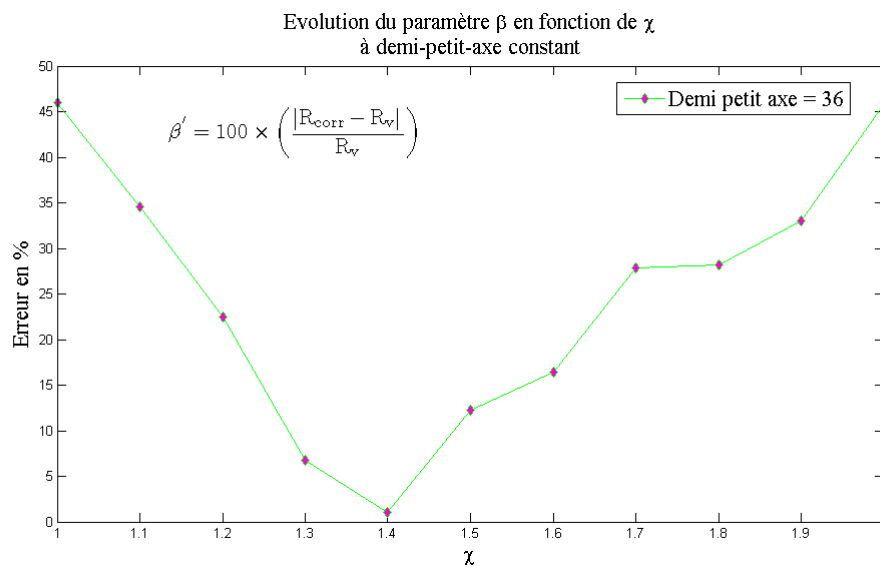


Fig. 4.17 – Évolution de β en fonction du paramètre χ .

A défaut de pouvoir utiliser la valeur exacte de χ il est possible de l'approcher en exploitant le paramètre utilisé par l'algorithme pour estimer la qualité d'une solution. Ce paramètre qui s'obtient en calculant le rapport (*pixels interceptés/périmètre de la solution*) semble varier en fonction de la forme de l'ellipsoïde et donc de son étirement χ comme en témoignent les schémas de (4.19). Appelons Γ le critère d'appui utilisé par l'algorithme :

$$\Gamma = \frac{\text{Nombre de pixels interceptés}}{\text{Périmètre du cercle}} \quad (4.15)$$

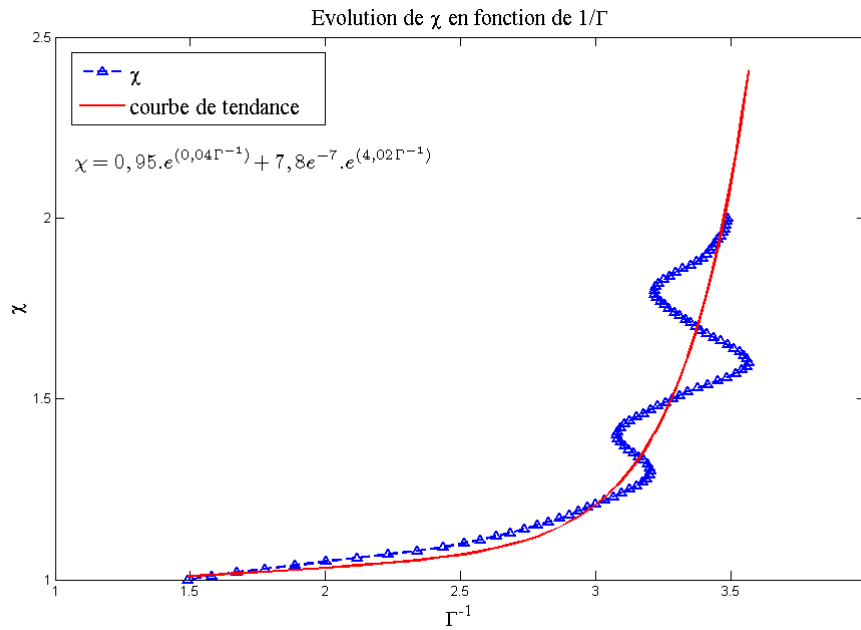


Fig. 4.18 – Évolution de χ en fonction du paramètre Γ^{-1} . Les oscillations qui apparaissent à partir de $\chi = 1,3$ sont des conséquences du manque de résolution. Le pas de croissance de χ pour le tracé des ellipses est de 0,1. Les ellipses qui en résultent sont peu différentes donnant ainsi lieu à la détection de cercles identiques pour plusieurs valeurs de χ successives altérant par la même occasion la bijectivité de la fonction donnant l'étirement de la goutte en fonction de Γ .

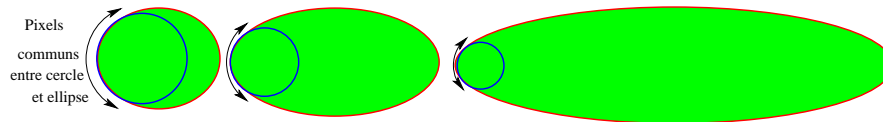


Fig. 4.19 – Évolution du nombre de pixels commun à une ellipse et un cercle qui s'y appuie en fonction du niveau d'étirement de l'ellipse.

En utilisant la relation donnée par la courbe de tendance dans (4.18) pour remplacer la valeur exacte de χ dans (4.12) on obtient l'évolution suivante de β en fonction de l'étirement de la goutte :

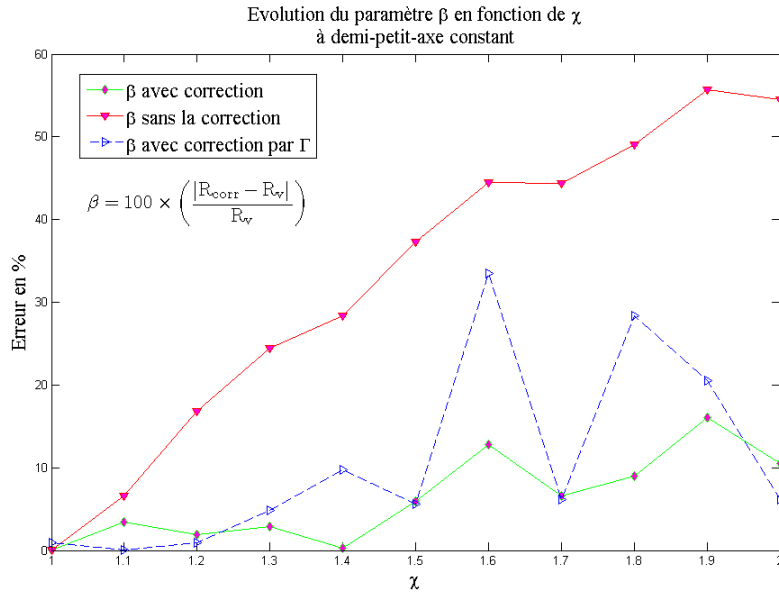


Fig. 4.20 – Évolution de β en fonction du paramètre χ et des diverses corrections utilisées.

La correction exploitant le paramètre Γ permet d'obtenir un niveau de précision proche celle obtenue en utilisant directement le paramètre χ tant que celui-ci reste inférieur à 1,5. Au delà de cette valeur les effets combinés de l'importance de l'étirement des gouttes et des effets liés à la résolution de l'image augmentent les erreurs commises qui restent malgré tout inférieures aux erreurs commises sans correction.

Il est donc possible de corriger la solution proposée par HOUGH lorsque cela est nécessaire. Pour évaluer les erreurs commises après cette phase de correction une étude de la valeur moyenne de χ et de la répartition de la population est faite dans la section suivante.

Anisotropie moyenne en amont du garnissage La mesure est faite dans le volume de contrôle amont sur environ 400 images par instant pour garantir un nombre suffisant d'évènements. En raison des limitations de la fonction de détection d'ellipses de Matlab®, seules les gouttes isolées et non découpées ont été traitées.

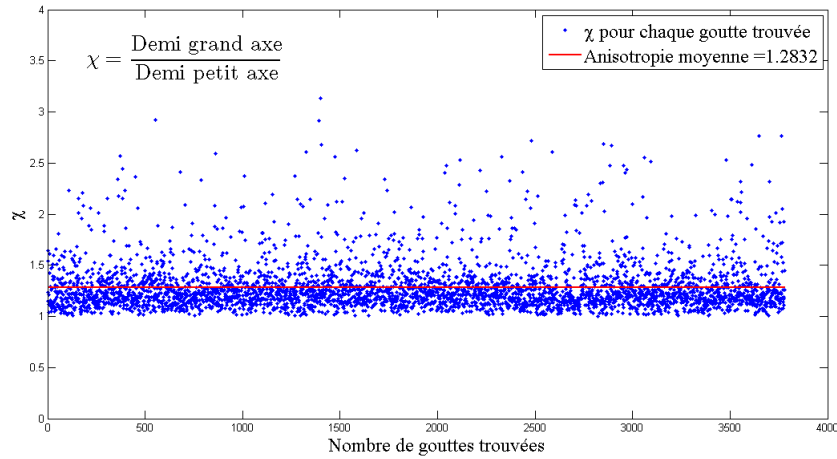


Fig. 4.21 – Anisotropie des gouttes en amont du garnissage mesurée par le paramètre χ donné en (4.8)

Le paramètre χ mesuré sur toutes les gouttes isolées trouvées dans le volume de contrôle amont (environ 3800 gouttes) présente une moyenne de 1,28 et des valeurs maximales qui n'excèdent pas 4. L'algorithme de recherche étant programmé pour prendre la sphère de volume équivalent sur chaque goutte isolée, l'erreur commise, en surface, en raison du remplacement de l'ellipsoïde par une sphère est de 2% en moyenne et atteint les 22% dans les pires conditions (*cf.* 4.13).

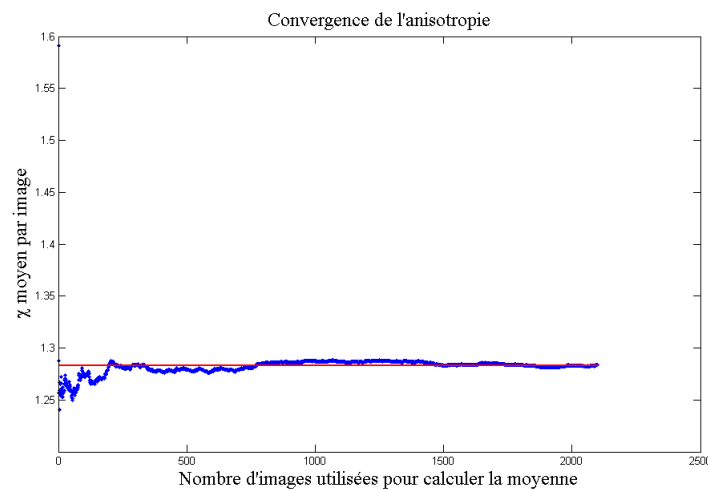


Fig. 4.22 – Convergence de la mesure d'anisotropie

La courbe (5.21) représente la valeur moyenne de χ en fonction du nombre d'images utilisées pour la calculer. L'étude de convergence montre que la valeur moyenne est atteinte avant 500 images. Les variations constatées après sont très acceptables.

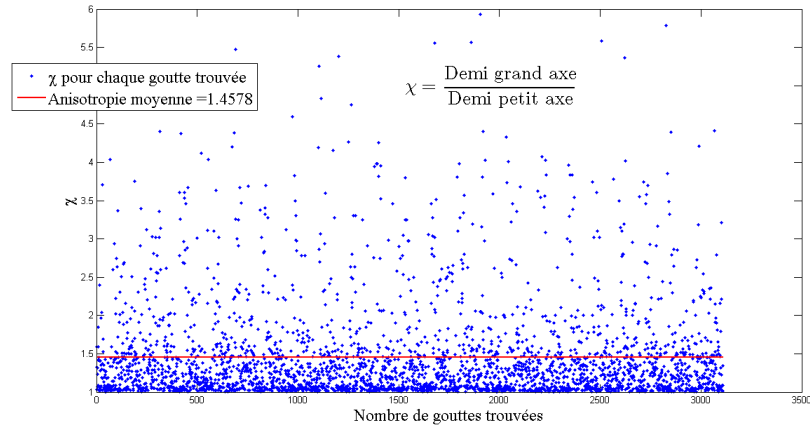


Fig. 4.23 – Anisotropie des gouttes en aval du garnissage mesurée par le paramètre χ donné en (4.8) à 2Hz

Anisotropie moyenne en aval à 2Hz Malgré une légère augmentation du niveau moyen de χ l'erreurs moyenne qui en résulte reste la même.

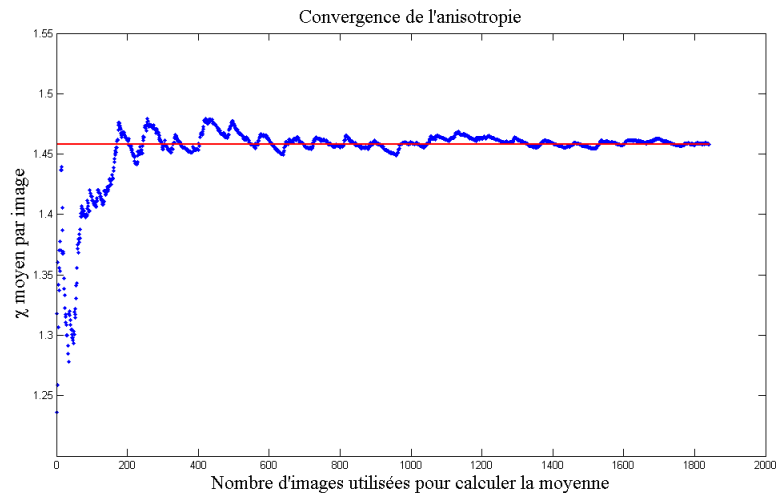


Fig. 4.24 – Convergence de la mesure d'anisotropie à 2Hz

Le nombre d'images requises pour atteindre une valeur raisonnablement proche de la moyenne de χ reste autour de 400 images.

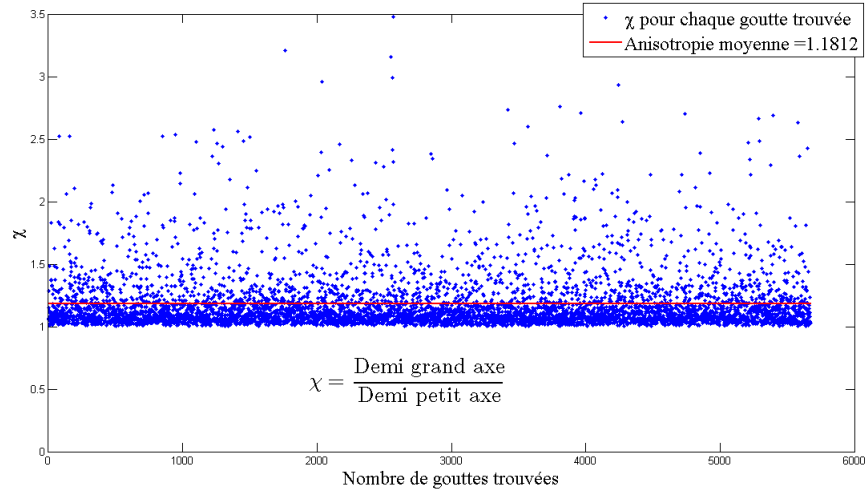


Fig. 4.25 – Anisotropie des gouttes en aval du garnissage mesurée par le paramètre χ donné en (4.8) à 0,5Hz

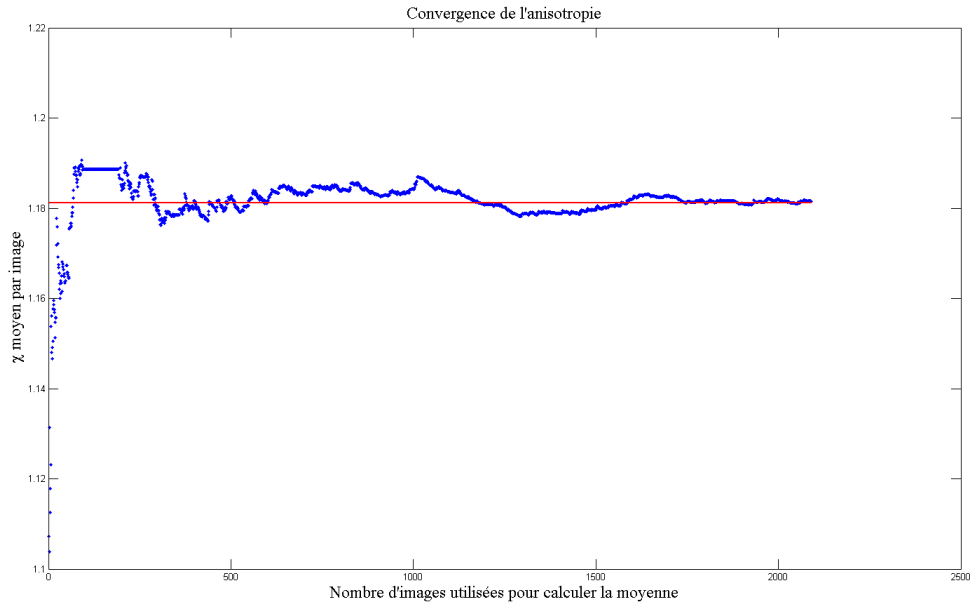


Fig. 4.26 – Convergence de la mesure d'anisotropie à 0,5Hz

Anisotropie moyenne en aval à 0,5Hz Globalement l'anisotropie moyenne mesurée sur les gouttes isolées en amont comme en aval, est de l'ordre de 1,5. Cette valeur témoignant de gouttes relativement proches de la sphère assure une erreur moyenne d'estimation de la surface d'échange, au moins sur les entités isolées, n'excédant pas les 2% d'après (4.13).

Les 400 images utilisées pour l'établissement des diverses moyennes, et en particuliers celle de l'aire interfaciale volumique, s'avèrent suffisantes pour garantir une erreur d'évaluation inférieure à 5% de la moyenne complètement convergée.

En suposant que les amas de gouttes sont constitués par des ellipsoïdes géométriquement très comparables aux gouttes isolées, cette étude préliminaire d'anisotropie permet aussi de dimensionner les intervalle de recherche utilisés par l'algorithme de HOUGH cercles sur les amas de gouttes afin de réduire les erreurs de détection. Les tailles extrêmes des ellipses ayant été stockées pour chaque image à étudier, il est possible de définir précisément R_{\min} et R_{\max} .

4.2.2 Calcul de l'aire interfaciale volumique sur chaque pixel

Le calcul de l'aire interfaciale volumique est fait sur chaque pixel interceptant une goutte pour permettre l'établissement de moyennes dont la finesse spatiale peut être rapprochée des cartes de [Taux de rétention](#) ainsi que des résultats fournis par le calcul. La démarche de calcul suivie est assez simple. Pour chaque pixel interceptant une goutte deux grandeurs sont calculées :

- la surface totale de toutes les gouttes interceptées par le pixel. Cette information est bien accessible grâce aux informations fournies par la détection qui est capable de retrouver toutes les gouttes même superposées.
- le volume de colonne intercepté par le pixel courant. La position du pixel par rapport à l'axe de la colonne ainsi que la surface de celui-ci sont nécessaires au calcul.

Le rapport des deux grandeurs précédentes fournit l'aire interfaciale volumique en chaque pixel étudié. L'opération n'étant pas instantanée, seuls les pixels interceptant des gouttes sont traités.

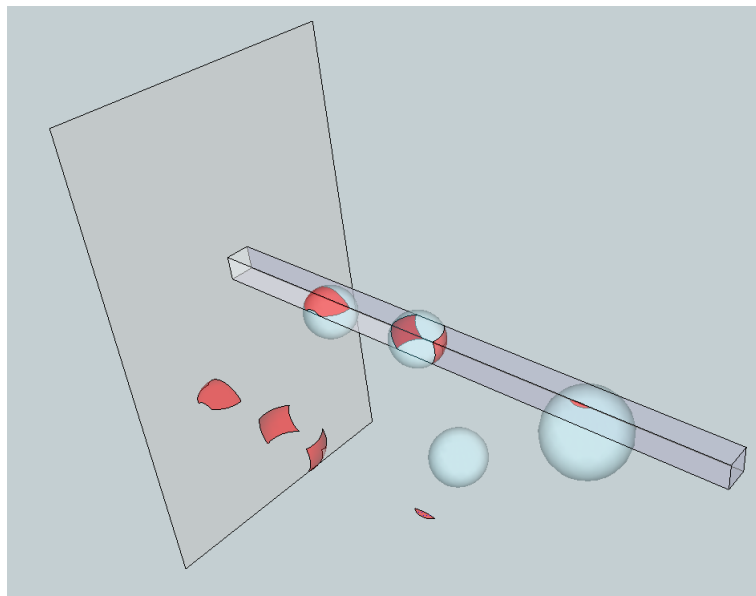


Fig. 4.27 – Pixel interceptant plusieurs gouttes. Les surface interceptées sont affichées en rouge. Le volume de colonne intercepté est l'intersection entre l'extrusion du pixel et la colonne elle-même. Le schéma n'est pas à l'échelle. Une goutte pouvant contenir plusieurs dizaines de pixels.

Calcul de la surface intercepté sur une goutte

Le calcul est repris autant de fois qu'il y a de gouttes interceptées par le pixel. Dans le repère centré sur la goutte chaque pixel carré a les coordonnées (i, j) et une aire que l'on notera h_{pix}^2 . L'élément de surface dont le pixel est la projection a une surface notée S_{ij} qui, en utilisant les angles de la figure (4.28), est donnée par :

$$S_{ij} = \frac{2h_{pix}^2}{\sin\theta\cos\Phi} \quad (4.16)$$

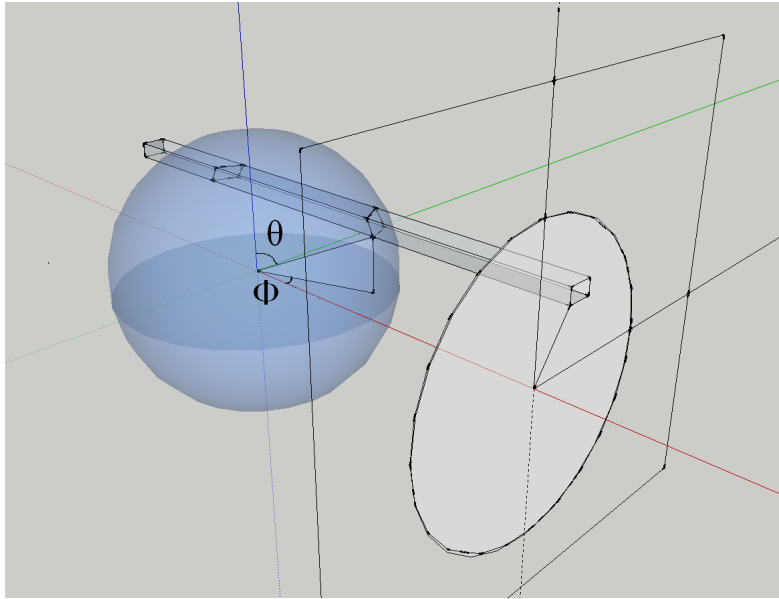


Fig. 4.28 – Chaque pixel représente la projection d'un élément de surface que l'on notera S_{ij} . les angles θ et Φ sont utilisés pour faire le lien entre élément de surface et surface du pixel.

Le 2 au numérateur permet de tenir compte du fait que la surface vue est interceptée 2 fois sur chaque goutte. Le rayon de la goutte est noté nh_{pix} , en utilisant les coordonnées locale du pixel, (4.16) devient :

$$S_{ij} = \frac{2nh_{pix}^2}{\sqrt{n^2 - i^2 - j^2}} \quad (4.17)$$

Une relation du même type sera utilisée pour calculer avec précision le volume des gouttes et en particulier celui de celles qui ne sont que partiellement dans le volume de contrôle.

4.3 Mesure d'anisotropie

La section "anisotropie" du chapitre résultats fait état de deux types de mesures d'anisotropie :

- une première série de mesures visant à mesurer le rapport moyen grand axe/petit axe des gouttes supposées ellipsoïdales rencontrées en amont et en aval du garnissage pour avoir un aperçu de l'erreur qui est commise en remplaçant les ellipsoïdes par la sphère de

volume équivalent. Ce type de mesure est réalisé en exploitant simplement une fonction de reconnaissance de forme déjà implémentée dans Matlab ®.

- puis un second type de mesure dont le but est de faire un rapprochement entre l'intensité de l'écoulement de la phase continue, que l'on mesurera par les composantes du tenseur taux de déformation **D** et de grandeurs qui en découlent, et l'anisotropie des gouttes. L'idée étant d'apporter des éléments quantitatifs à l'hypothèse de modélisation concernant le tenseur d'anisotropie **B**.

Cette section-ci va expliquer la méthode utilisée pour réaliser le deuxième type de mesure qui va combiner le traitement d'image à l'exploitation d'un champ de vitesse calculé par Castem (A.1).

4.3.1 Valeurs propres et vecteurs propres

Les valeurs propres et vecteurs propres mentionnés ici sont ceux du tenseur taux de déformation de la phase continue. Pour réaliser les mesures, des gouttes sont envoyées les unes après les autres dans la colonne pour assurer la meilleure visibilité possible. Par ailleurs il est supposé que ces quelques gouttes n'ont qu'une influence très limitée sur le champ de vitesse de la phase continue. Ainsi le tenseur taux de déformation utilisé sera celui fourni par un calcul mono-phasique de Castem en géométrie axi-symétrique.

L'utilisation des vecteurs propres et valeurs propres du tenseur taux de déformation permet d'avoir l'intensité de l'écoulement dans chaque direction principale de celui-ci. Cette méthode a été utilisée par MAFFETTONE[60] qui propose un modèle de prévision de la déformation d'une goutte ellipsoïdale plongée dans un écoulement visqueux. Son modèle a permis, entre autre, de retrouver la relation de TAYLOR[70] donnant le taux de déformation d'une goutte en fonction du rapport de viscosités et du nombre capillaire. Sa version de la relation inclut une différence des valeurs propres extrêmes de **D** :

$$\frac{L-1}{L+1} = \frac{19(\mu_d/\mu_c) + 16}{16(\mu_d/\mu_c) + 16} \text{Ca}(\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) \quad (4.18)$$

Les λ sont les valeurs propres de **D**. Le nombre capillaire est donné par (6.33).

Le champ de vitesse qui a servi à calculer le tenseur taux de déformation **D** est issu d'un calcul axi-symétrique Castem. Dans ce cas, le tenseur **D**, en coordonnées cylindriques, est donné par :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \\ 0 & \frac{u_r}{r} & 0 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) & 0 & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

En coordonnées cylindriques, le divergent du champ de vitesse **u** est donné par :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (4.20)$$

Il en découle $\text{Tr} \mathbf{D} = 0$

Le tenseur **D** sera fourni à Matlab® qui calculera valeurs propres et vecteurs propres à l'aide la fonction **eig** (comme **eigenvalue**). Le tenseur **D** fourni sera une moyenne établie à partir des **D** de chaque pixel constitutif du contour de la goutte.

4.3.2 Conditions de mesure

Les mesures présentées dans cette section du document ne concernent exclusivement que les gouttes dont la déformation est la conséquence de l'évolution temporelle de l'écoulement de la phase continue. Les cas de déformations consécutifs aux impacts sur le garnissage seront donc évités bien que majoritaires parmi les événements observés.

Correspondance temporelle entre image et champ de vitesse

Cette correspondance est garantie par la qualité de la synchronisation. Se référer à la section relative à ce sujet pour plus d'informations(3.1.4).

Correspondance spatiale entre image et champ de vitesse

Pour fixer les chose, dans les deux cas, un repère de travail est choisi pour localiser tous les objets. Ce repère a pour origine le coin supérieur gauche du premier plateau apparaissant sur l'image ou sur le maillage Castem. Les longueurs, en pixels, des plateaux et couronnes sont relevées sur chaque image et chaque champ de vitesse. Celle-ci sont utilisées pour obtenir la position adimensionnelle de chaque pixel de goutte qui sera la même sur le champ de vitesse et sur l'image considérés. Le passage d'un système de coordonnées à l'autre est ensuite trivial. Les erreurs dans cette opération viennent du pointage sur l'origine du repère image qui n'est jamais parfait en raison du manque de qualité et de résolution de l'image. Malgré tout les erreurs commises n'excèdent pas la dizaine de pixel soit une erreur de positionnement de l'ordre du dixième de millimètre qui est inférieure à la taille moyenne des mailles de calcul. L'échelle moyenne est d'environ 6.10^{-5}m/pixel .

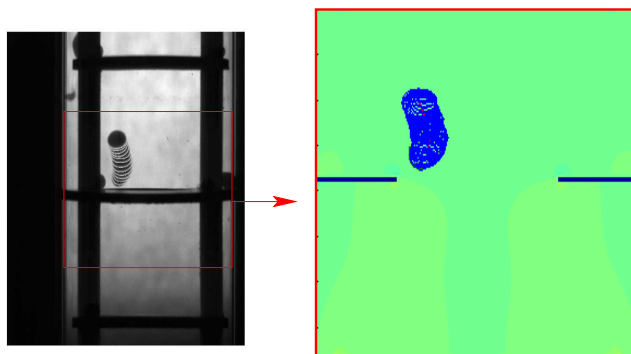


Fig. 4.29 – Positionnement d'une succession de gouttes d'une part sur l'image d'origine et d'autre part (à droite) sur un champ Castem calculé.

Erreur de positionnement 3D

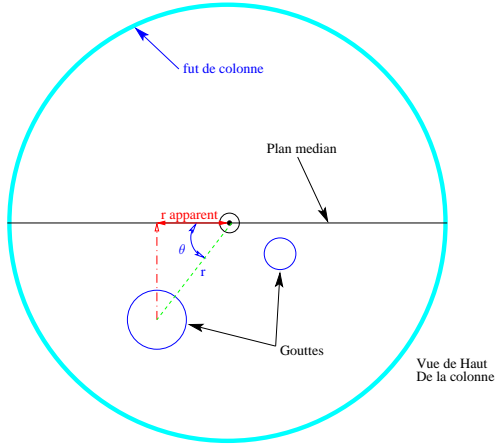


Fig. 4.30 – Vue de haut de la colonne permettant de voir l'erreur de positionnement relative commise en omettant une vue orthogonale à celle que l'on a déjà.

Les coordonnées r et z sont les seules qui soient accessibles à partir des photos dont nous disposons. Le soucis majeur est dû au fait que le r que l'on voit n'est en réalité qu'une projection du r réel. Nous le nommerons r_{apparent} . L'erreur de positionnement commise en utilisant directement r_{apparent} est donnée par :

$$\frac{r - r_{\text{apparent}}}{r} = (1 - |\cos(\theta)|) \quad (4.21)$$

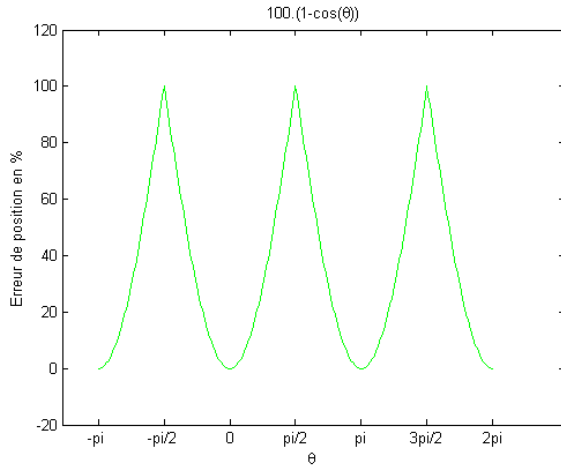


Fig. 4.31 – Erreur relative par rapport à la position réelle r en fonction de θ . Comme on peut le voir les erreurs commises sont les plus grandes lorsque la goutte est proche de l'axe de la colonne. Celle-ci diminue jusqu'à s'annuler lorsque la goutte s'approche des parois contenues dans le plan médian de la colonne.

L'erreur de position va fausser le choix des vecteurs issus des champs Castem. Nous allons évaluer les répercussions de cette erreur sur le tenseur \mathbf{D} calculé et en particulier sur ces vecteurs et valeurs propres. La majorité des trajectoires étudiée est localisée dans l'espace visible sur la figure(4.29) en amont et en aval de l'orifice de la couronne. Nous allons donc nous focaliser sur cette zone en gardant à l'esprit que les zones restantes, celles qui sont proches de la paroi, génèrent des erreurs de position plus faibles d'après (4.31).

Etude des champs de vitesse

Choisissons pour cette mesure d'erreur un champ à $t = 0.125s$ sur une période de $1s$. Ce qui correspond à l'instant où l'accroissement des vitesses est le plus grand et donc à un instant où les gradients de vitesse sont nominaux. Prenons $r_{\text{apparent}} = 32$ pixels, un point très proche de l'axe donc. En supposant que la valeur réelle de θ soit de 20° , l'erreur commise sur le calcul du module des valeurs propres est de $0,42\%$ et celle sur les valeurs propre du même ordre de grandeur. Si ce même angle avait pour valeur 85° au lieu de 20° alors l'erreur commise monte à plus de 300% pour le module de valeurs propres et frôle les 100% pour les valeurs propres elles-mêmes !

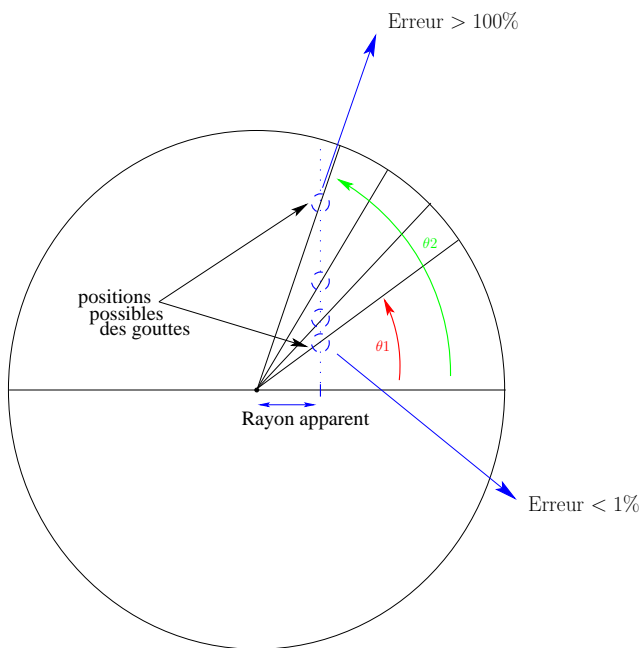


Fig. 4.32 – Pour un même rayon apparent plusieurs positions réelles sont possibles. Nous allons comparer les erreurs générées selon la valeur réelle de l'angle θ .

Les erreurs commises deviennent donc très vite dissuasives si l'angle θ réel n'est pas connu. Afin d'obtenir cette information cruciale pour la fiabilité de nos études, des prises de vue où devraient simultanément apparaître deux plans de vision perpendiculaires vont être réalisées à l'aide d'un miroir placé à 45° .

Utilisation de la troisième dimension

Le calcul du champ de vitesses par Castem est fait avec l'hypothèse d'axi-symétrie qui est légitime au vue de la géométrie de la colonne. Les résultats obtenus permettent, par balayage sur l'angle θ , de reconstituer le champ de vitesse en 3D à l'intérieur du domaine de calcul.

La prise de vue avec miroir fournit deux projection de la goutte dans des plans perpendiculaires . Néanmoins en raison des imperfections de forme de cette dernière il n'est, à priori, pas possible de la reconstituer précisément en 3D. La géométrie réelle va donc être approchée par une forme ellipsoïdale qui sera construite à partir des informations fournies par les deux vues. Trois informations différents sont récupérables sur chaque vue : le demi grand-axe, le demi

petit-axe et l'inclinaison du grand axe par rapport à l'horizontale. La plus grande longueur récupérée sera considérée comme étant le grand axe, les deux autres axes seront pris égaux mais en conservant le volume initial de la goutte. Pour générer cette surface 3D et tous les points qui s'y appuient la fonction `ellipsoid` de Matlab® va être employée. Les coordonnées cartésiennes ainsi obtenues sont ensuite transformées en coordonnées cylindriques pour permettre d'en faire la correspondance avec le champ de vitesse CASTEM.

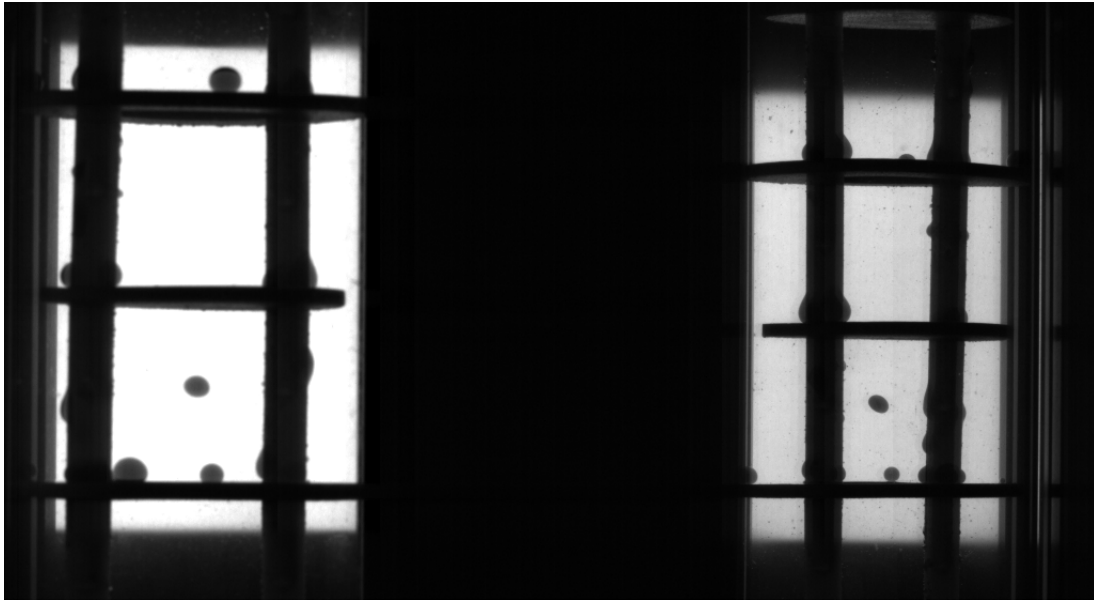


Fig. 4.33 – Exemple de prise de vues simultanée de deux plans orthogonaux pour la reconstruction en 3D.

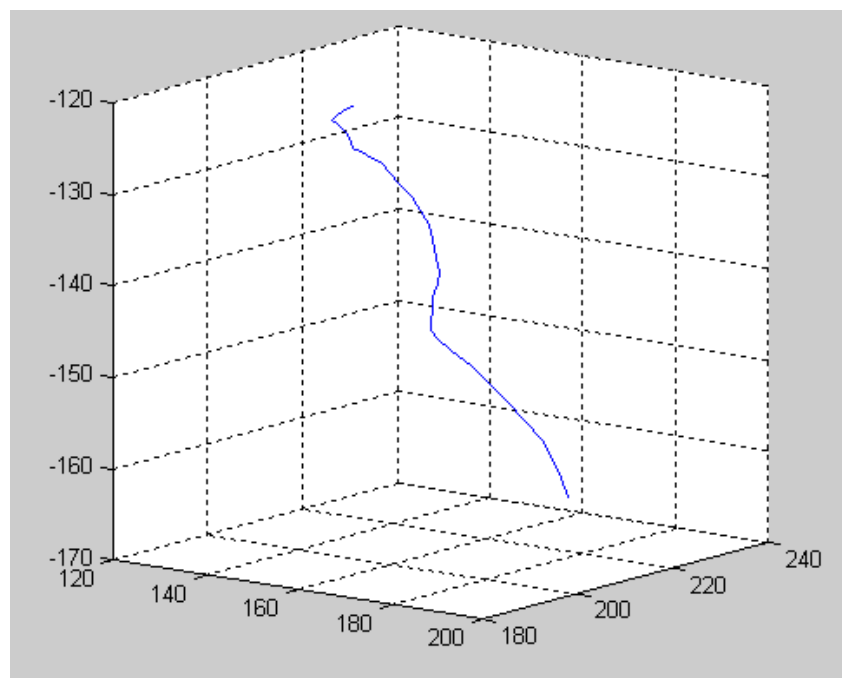


Fig. 4.34 – Trajectoire 3D obtenue à partir des images à 45 degrés

Chapitre 5

Résultats et commentaires

5.1 Fraction volumique

Les résultats présentés dans cette section concernent le système de phase présenté dans le tableau (5.1), la phase organique continue est le TPH, étant plus légère que l'autre phase c'est elle qui est introduite par le bas. Les gouttes sont constituées par le mélange eau-glycérol. Les conditions de pulsation sont rassemblées dans le tableau (5.3). Lorsque cela est nécessaire les débits utilisés sont précisés en début de légende. Pour permettre l'utilisation de la méthode de fluorescence induite par laser, du glycérol a été rajouté aux gouttes pour ajuster l'indice optique de la phase dispersée à celle du TPH qui vaut 1,425. Bien qu'elles ne sont pas exploitées pour les calculs ultérieurs ces résultats sont présentés pour permettre de démontrer la faisabilité de la méthode de mesure de taux de rétention.

Espèce	Densité	viscosité
TPH pur	0,76	$1,26 \cdot 10^{-3}$ Pa.s
Eau-Fluo-66%Glycérol	1,1661	$1,19 \cdot 10^{-2}$ Pa.s

Tab. 5.1 – Propriétés physiques des fluides utilisés.

Fréquence	Amplitude	pression de réglage du pulseur
0,5 Hz	3,52 cm	170 mBar
1 Hz	1,28 cm	170 mBar
2 Hz	3,2 mm	200 mBar

Tab. 5.2 – Conditions de pulsation.

Le garnissage utilisé est un garnissage en inox.

5.1.1 Cycle de fraction volumique

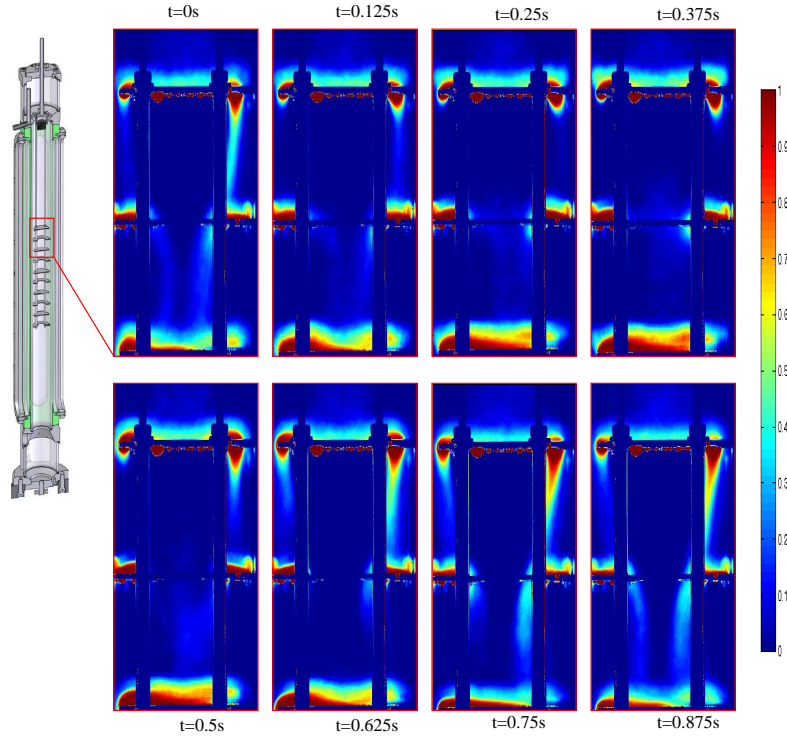


Fig. 5.1 – Evolution sur une période complète de ϕ_d dans le premier étage de la colonne à 1Hz et sans contre courant.

En moyenne, pendant toute la durée du cycle, les plateaux et le bord des couronnes restent chargés en fraction volumique. Certaines zones où l'hydrophobie de l'inox a été sérieusement dégradée présentent des taux de présence proches de 100%. Ailleurs, sur les chemins préférentiels de gouttes ce taux n'excède pas les 40%.

En considérant qu'il y a axisymétrie du phénomène on peut affirmer que 10% du volume de l'étage est constamment occupé par des gouttes. Celles qui circulent ne représentent, en fraction volumique, que 4% de ce qui stagne dans l'étage. Les problèmes de mouillabilité constatés au cours des dernières expérimentations y sont certainement pour quelque chose.

5.1.2 Influence de la fréquence, sans contre-courant

Pour apprécier les effets de la fréquence, les moyennes de ϕ_d par étage, obtenues pour chaque fréquence, sont comparées. La comparaison est réalisée à des temps adimensionnels bien choisis dans le cycle de pulsation¹.

¹tous les $\frac{1}{8}$ de la période

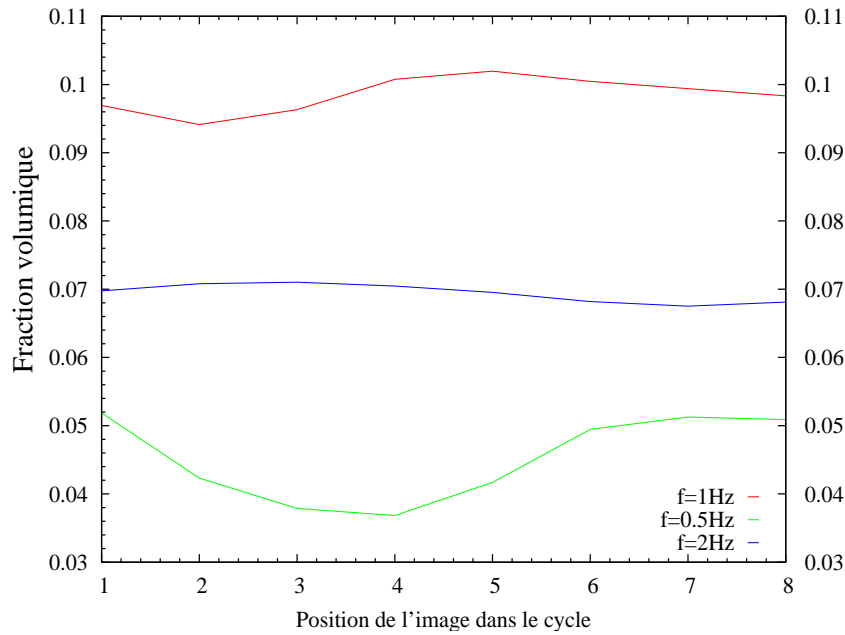


Fig. 5.2 – Evolution sur une période complète de ϕ_d dans le premier étage de la colonne à diverses fréquences et sans contre courant.

Deux observations peuvent être faites : une première concernant le niveau moyen de fraction volumique dans l'étage qui semble varier selon la fréquence. La fréquence la plus élevée, 2Hz, est la plus favorable à la stagnation des gouttes du fait de son niveau d'amplitude bas. Au contraire, la fréquence la plus faible, 0,5Hz, semble la moins favorable à la stagnation des gouttes, l'agitation créée par l'amplitude importante empêchant cette stagnation.

Effets de la fréquence sur la quantité de gouttes immobiles

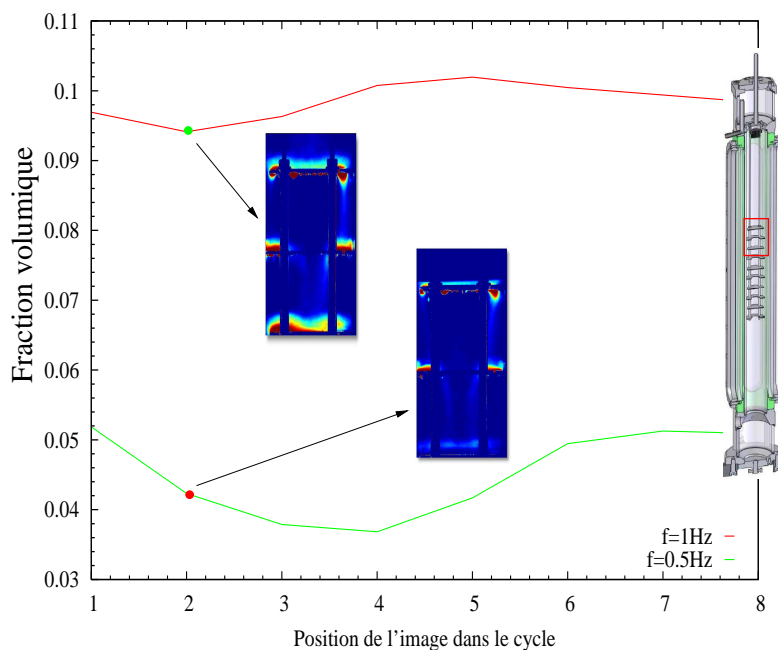


Fig. 5.3 – Evolution sur une période complète de ϕ_d dans le premier étage de la colonne à 1Hz et à 0,5Hz sans contre courant. La comparaison des champs de ϕ_d pris au même instant permet de constater que l'essentiel de la différence se fait sur la quantité moyenne de gouttes bloquées au niveau des plateaux.

Dans le premier étage et sans contre-courant la diminution de fréquence et donc l'augmentation de l'amplitude contribue au drainage des gouttes restées sur les plateaux au cours de la phase descendante de la pulse. En phase ascendante ni la fréquence ni l'amplitude n'ont d'effet notable sur la répartition de fraction volumique.

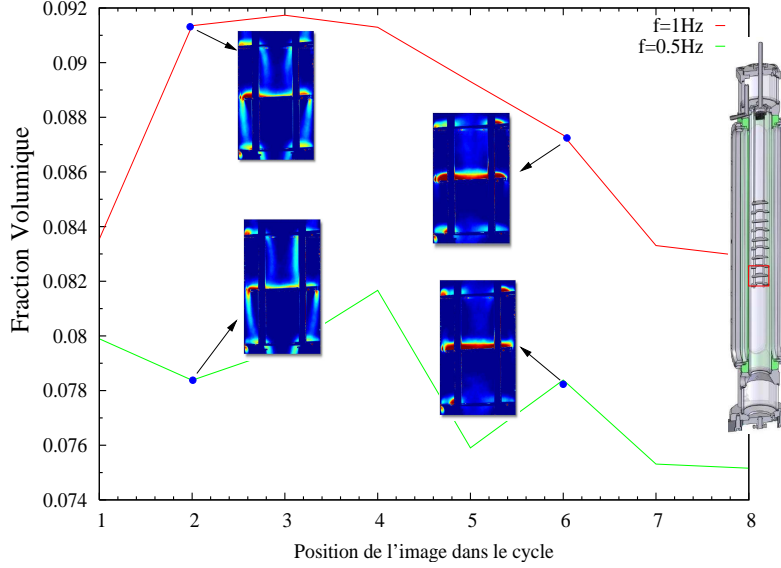


Fig. 5.4 – Evolution sur une période complète de ϕ_d dans le dernier étage de la colonne à **1Hz** et à **0,5Hz** sans contre courant. Bien que moins marquée dans le dernier étage la tendance à **0,5Hz** reste la même. Moins de gouttes stagnent au niveau des plateaux pendant la phase descendante de la pulsation. L'efficacité de l'amplitude n'est pas la même en phase ascendante.

5.1.3 Influence du contre-courant

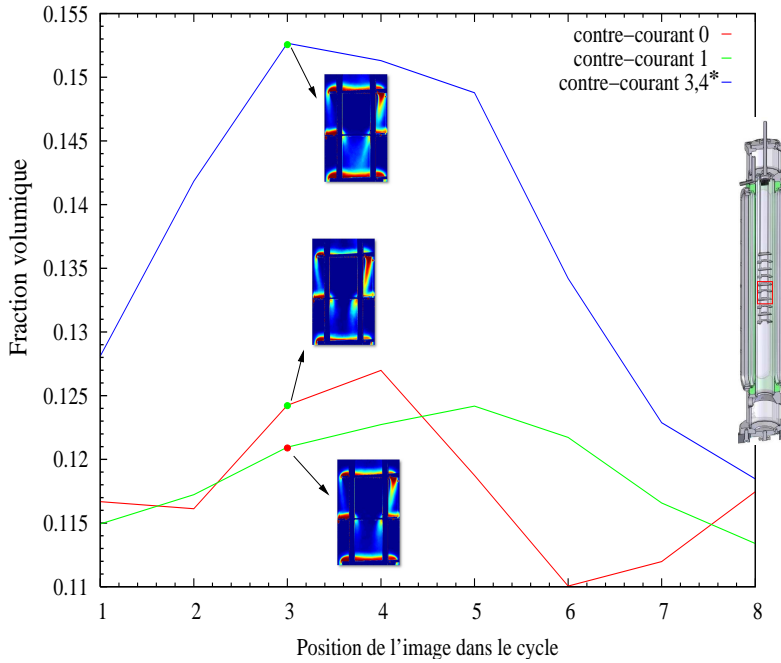


Fig. 5.5 – Evolution sur une période complète de ϕ_d dans l'étage du milieu à **1Hz** pour différents débits de contre courant. (*)unité du vernier, **1 unité** = 26l.h^{-1} . Pour la courbe bleue le contre-courant est de $88,4\text{l.h}^{-1}$.

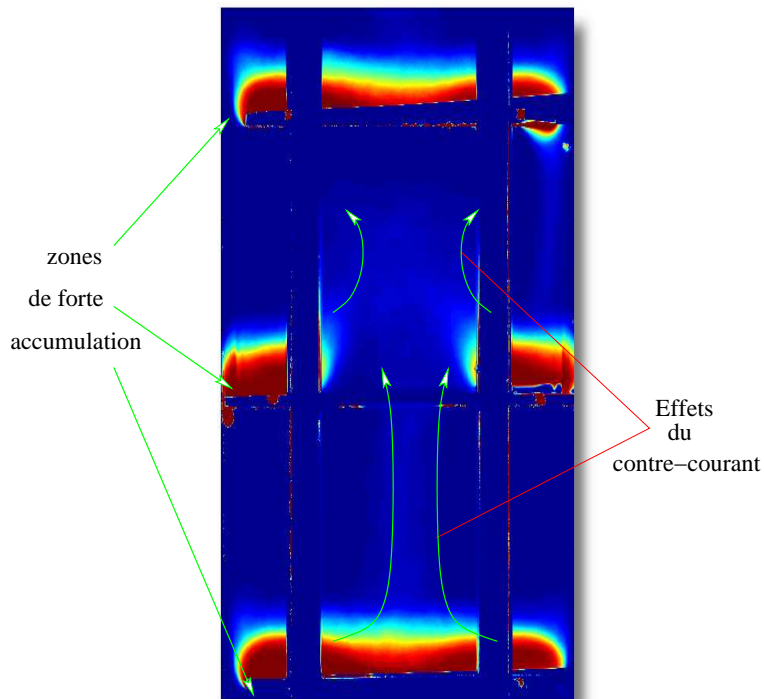


Fig. 5.6 – Champ de fraction volumique à 1Hz à $t = 2T/8$ avec un débit de contre-courant supérieur à 90l.h^{-1} . Outre les accumulations sur les plateaux, la quantité de gouttes refoulées par l'écoulement est plus grande.

L'augmentation du débit à contre courant augmente le temps de séjour des gouttes dans la colonne ainsi que le niveau de fraction volumique.

5.1.4 Influence de l'étage

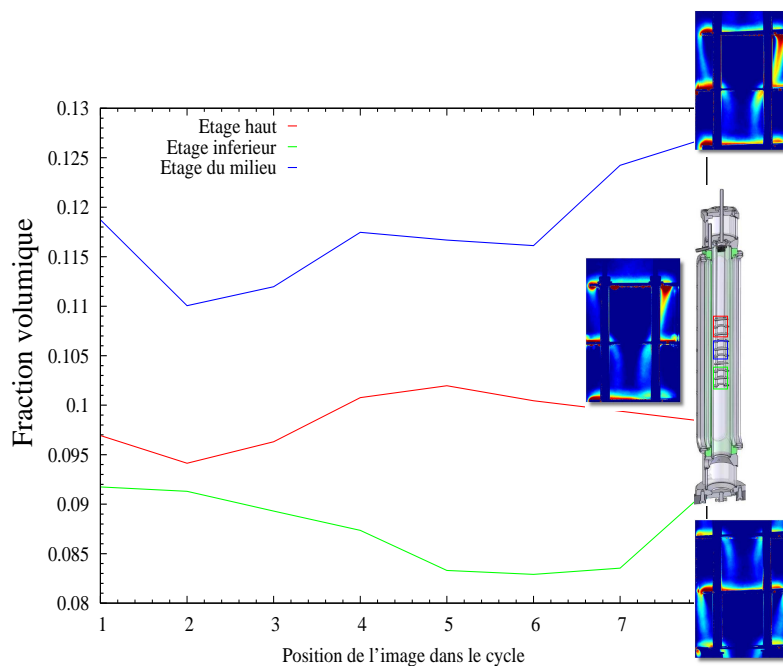


Fig. 5.7 – Evolution sur une période complète de ϕ_d dans différents étages à 1Hz sans contre-courant. L'étage du milieu se démarque par un niveau de fraction volumique supérieur aux autres. L'étage inférieur est pénalisé par le fait qu'il ne contient qu'un seul disque et deux couronnes, ce qui le rend moins apte à retenir des gouttes.

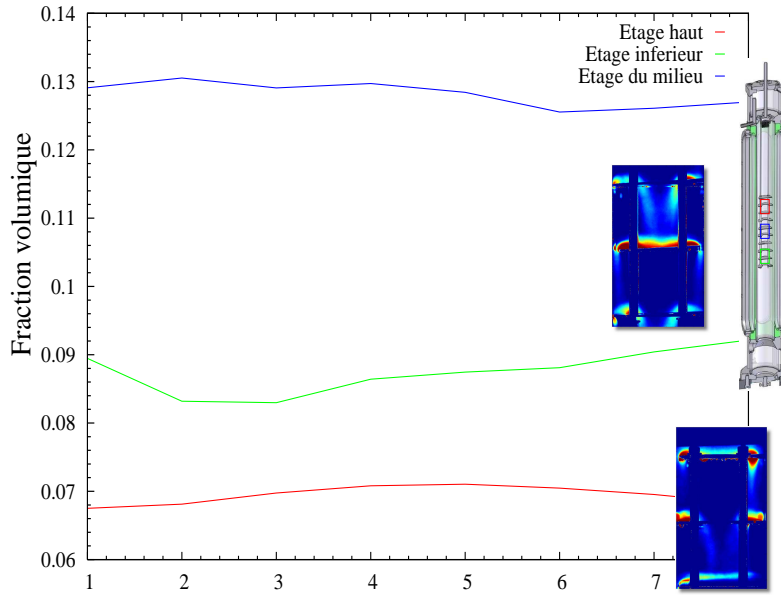


Fig. 5.8 – Evolution sur une période complète de ϕ_d dans différents étages à **2Hz** sans contre-courant. Encore une fois, l'étage du milieu se démarque par un niveau de fraction volumique supérieur aux autres. La tendance entre le premier étage et l'étage de sortie s'est inversée par rapport à ce que l'on a constaté dans le cas à 1Hz.

Le niveau de fraction volumique n'est pas uniforme dans la colonne. Une accumulation plus importante de gouttes sur les plateaux du milieu de la colonne a été constatée pour toutes les fréquences étudiées.

5.1.5 Conclusions sur le taux de rétention

Cette étude de l'évolution du taux de rétention en fonction des divers paramètres opératoires a été quelque peu entachée par les problèmes de dégradation de l'hydrophobie des éléments de garnissage causant une accumulation anormale de gouttes au niveau des disques et même des couronnes. Cet entassement de gouttes apporte une quantité non négligeable de taux de rétention qui a quelque peu parasité les résultats. Certaines tendances attendues comme l'effet du contre-courant ont tout de même été constatées.

Ces quelques études ont toutefois permis de mettre en lumière le pouvoir d'agitation de l'écoulement à **0,5Hz** où la quantité de gouttes stagnante est nettement moins importante.

L'utilisation d'un garnissage ne nécessitant pas de traitement hydrophobique particuliers devrait fournir de meilleurs résultats.

5.2 Aire interfaciale volumique

5.2.1 Conditions expérimentales aux différentes fréquences

Les conditions de pulsation utilisées pour les mesures de taux de rétention restent valables ici. Elles sont reprises dans le tableau (5.3)

Fréquence	Amplitude	pression de réglage du pulseur
0,5 Hz	3,52 cm	170 mBar
1 Hz	1,28 cm	170 mBar
2 Hz	3,2 mm	200 mBar

Tab. 5.3 – Conditions de pulsation.

Contrairement aux études menées pour la mesure de taux de rétention, le garnissage utilisé dans ce cas est un garnissage dont les disques et les couronnes sont en "téflon", ce qui évitera les phénomènes d'entassement de gouttes constatés sur l'étude précédente.

Le système de phase utilisé est lui aussi différent. La méthode de mesure d'aire interfaciale volumique ne nécessitant pas d'ajustements optique, le liquide des gouttes est remplacé par des gouttes d'eau colorée avec du bleu de méthylène. Densité et viscosité restent donc celles de l'eau.

Toutes les mesures d'aire interfaciale volumiques présentées dans cette section ont été réalisées sans débit à contre-courant et avec un débit en phase dispersée fixé à 12 L.h^{-1} . La fréquence et la pulsation sont donc les seules variables d'un cas à l'autre.

Conformément à ce qui a été précisé dans la présentation des méthodes de mesure seules les zones en amont et en aval du garnissage sont accessibles à la mesure d'aire interfaciale volumique. Ainsi lorsqu'il est fait mention de l'**Amont** il s'agit d'une zone située entre l'injecteur de gouttes et le premier disque du garnissage. Inversement, la mention **Aval** correspond quant à elle à une zone située en dessous de la dernière couronne du garnissage (5.9).

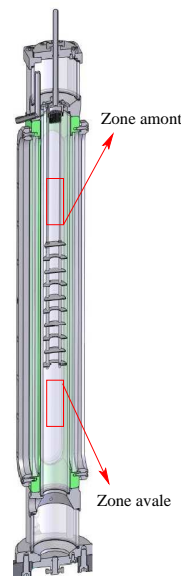


Fig. 5.9 – Localisation des volumes de contrôle.

Les courbes contenues dans le sixième cadran représentent :

- en **bleu** la courbe de vitesse représentant le cycle de pulsation et le mouvement réel du liquide dans la colonne. Cette courbe est déduite de la courbe de pression brute.
- en **vert** le créneau qui a permis de déclencher l'acquisition. Le Temps $t = 0$ est indiqué.

Les temps qui sont appelés $T/4$, $T/2$... sont localisés à partir du temps $t=0$ et par rapport à la durée du créneau. L'instant appelé $T/2$ ne correspondra donc pas exactement à la mi-période. Ce décalage potentiel est pris en compte et ne gêne en rien l'établissement des bilans d'aire interfaciale volumique puisque nous utilisons des moyennes temporelles pour les dresser.

5.2.2 Cycle d'aire interfaciale volumique en amont à 1Hz

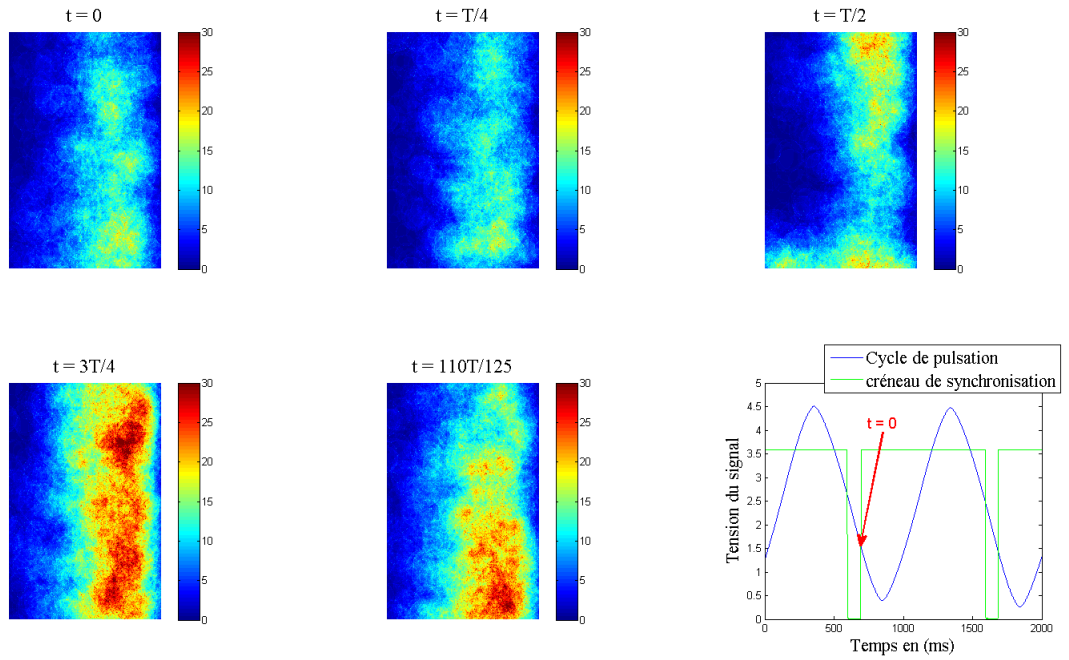


Fig. 5.10 – Cycle d'aire interfaciale volumique moyenne à 1Hz dans le volume de contrôle amont en m^{-1} . Le cycle de pulsation représenté par le signal bleu correspond, de par sa tendance, au mouvement du fluide dans la colonne. Lorsque la vitesse affichée est à son maximum, le fluide a aussi atteint son niveau le plus haut dans la colonne. Ce qui se voit bien au temps $t = T/2$ où l'on perçoit un déficit d'aire interfaciale volumique dû au fait que l'écoulement ascendant freine un peu plus les gouttes.

Les cartographies présentées à la figure (5.10) donnent, en cinq instants successifs du cycle, la répartition spatiale de l'aire interfaciale volumique moyenne dans le volume de contrôle en amont du garnissage. Les moyennes ont été dressées avec environ 400 images. La seule variation d'aire interfaciale volumique observée est due aux effets de la pulsation dont on peut voir les effets au temps $t = T/2$ où l'accumulation de gouttes sur le plateau supérieur est perceptible bien que le volume de contrôle ait volontairement été pris haut. Le niveau moyen d'aire interfaciale volumique est relativement stable. L'émulsion créée par l'injecteur de gouttes présente une bonne répétabilité à défaut d'être mono-disperse.

Le volume de contrôle est centré par rapport à l'axe de la colonne. L'aire interfaciale volumique injectée est néanmoins plus dense à droite de la colonne témoignant d'une injection

asymétrique résultat du fait que certains capillaires de l'injecteur soient bouchés.

5.2.3 Cycle d'aire interfaciale volumique en aval à 1Hz

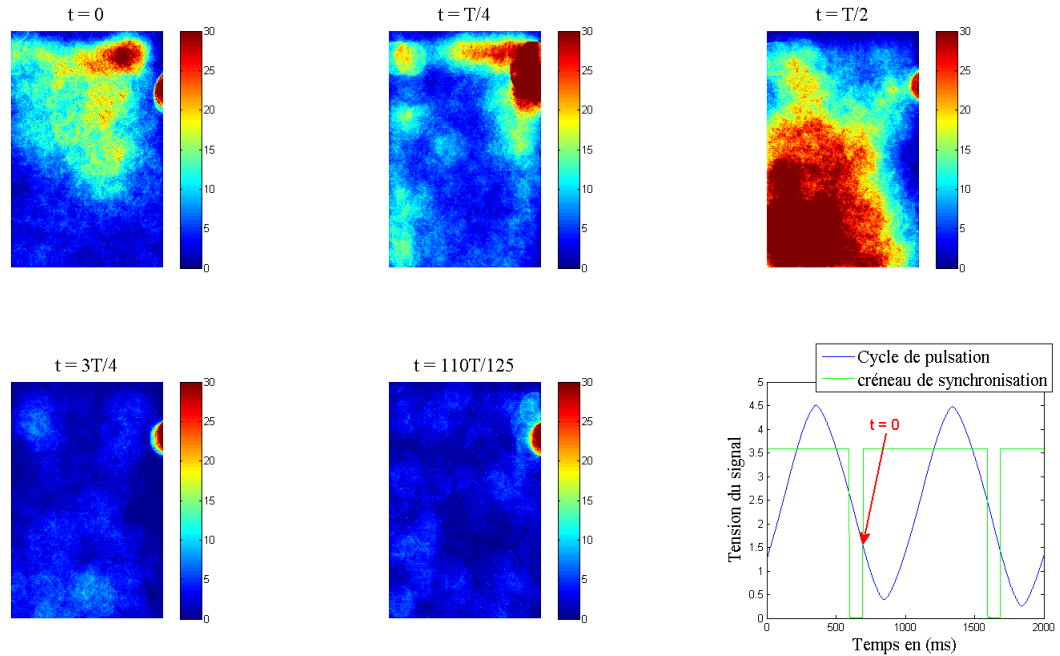


Fig. 5.11 – Cycle d'aire interfaciale volumique à 1Hz dans le volume de contrôle aval en m^{-1} .

Le volume de contrôle utilisé ici a exactement le même volume que celui de la section précédente. L'évolution au cours du cycle de l'aire interfaciale volumique n'a rien à voir avec la précédente. Contrairement à ce qui a été observé en amont où le minimum de passage s'est produit à $t = T/2$, en aval c'est le plus haut niveau d'aire interfaciale volumique qu'on y mesure. A 1Hz l'amplitude de pulsation est d'environ 1,3cm dans le fût de colonne pour une hauteur d'étage d'environ 5cm. Le niveau d'amplitude n'est donc pas suffisant pour assurer un brassage sur la totalité de l'étage. Il en résulte une accumulation de gouttes de toutes tailles au niveau des plateaux (5.12).

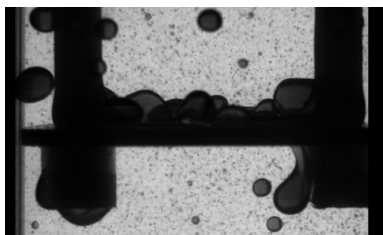


Fig. 5.12 – Accumulation de gouttes au niveau de l'anneau de sortie du garnissage.

Cette population qui a échappé à la dynamique insufflée par la pulse finit par se déverser d'un bloc créant le pic de passage qui apparaît à l'instant $t = T/2$. Une partie non négligeable de la population est engagée dans ce phénomène puisque les deux instants qui suivent $t = T/2$

présentent un "trafic" quasi nul.

Une petite zone d'aire interfaciale relativement forte apparait en haut à droite à tous les instants du cycle. Il s'agit d'une goutte qui est restée collée au garnissage et qui a échappé au processus de nettoyage par soustraction de la moyenne en raison de sa relative mobilité (oscillation) provoquée par l'écoulement.

5.2.4 Bilan d'aire interfaciale volumique à 1Hz

Le taux de rétention présenté en (5.13) à gauche est calculé de façon précise sur le volume de contrôle en utilisant une méthode de calcul proche de celle que l'on emploie pour l'aire interfaciale volumique à savoir un calcul du volume intercepté par chaque pixel. Cette méthode a l'avantage de donner très précisément le volume de n'importe quelle fraction de sphère.

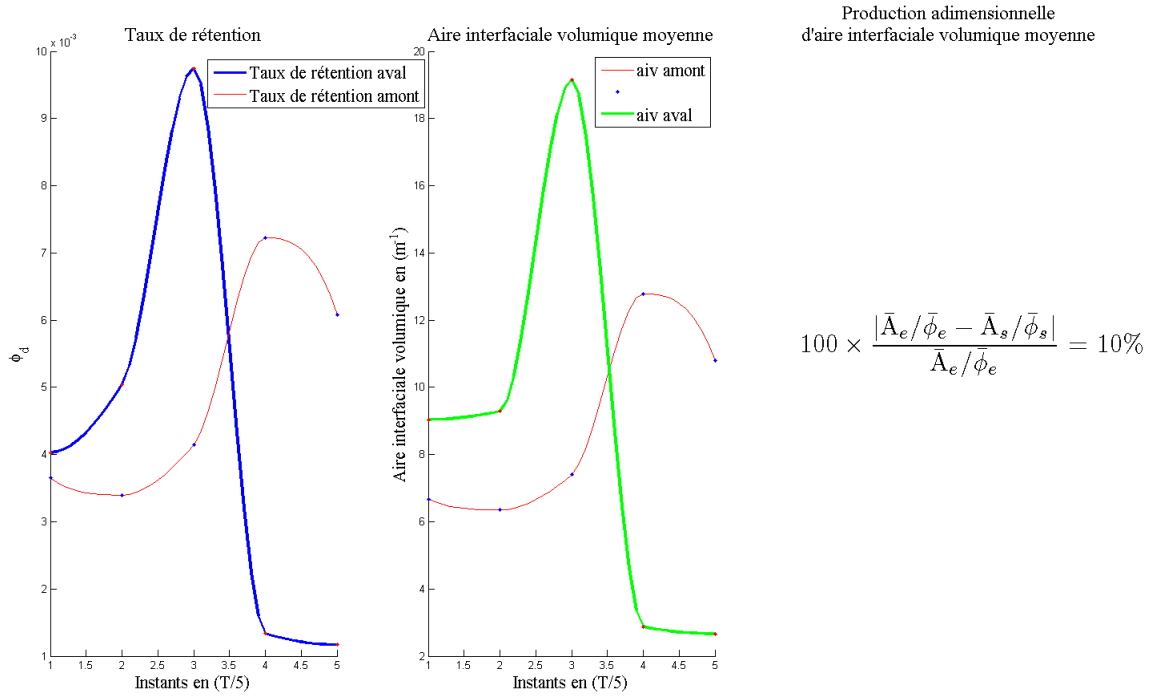


Fig. 5.13 – Cycle de production adimensionnelle d'aire interfaciale volumique à 1Hz.

La relation utilisée pour calculer la **Production** est donnée en (5.13) à droite. L'existence d'instant où le taux de rétention aval est proche de 0 y interdit toute comparaison amont-aval puisqu'en ces instants précis l'accroissement de la production comme elle a été définie ne traduit pas une conséquence de la fragmentation. Pour éviter ces ambiguïtés la production est mesurée par la relation suivante :

$$\text{Production}_{\text{exp}} = 100 \frac{|\bar{A}_e / \bar{\phi}_e - \bar{A}_s / \bar{\phi}_s|}{\bar{A}_e / \bar{\phi}_e} \quad (5.1)$$

Les grandeurs barrées telles que \bar{A}_e sont des moyennes calculées sur la période. Ce qui donne à 1Hz un taux de production représentant 10,7% de ce qui a été injecté en entrée.

5.2.5 Cycle d'aire interfaciale volumique en amont à 0,5Hz

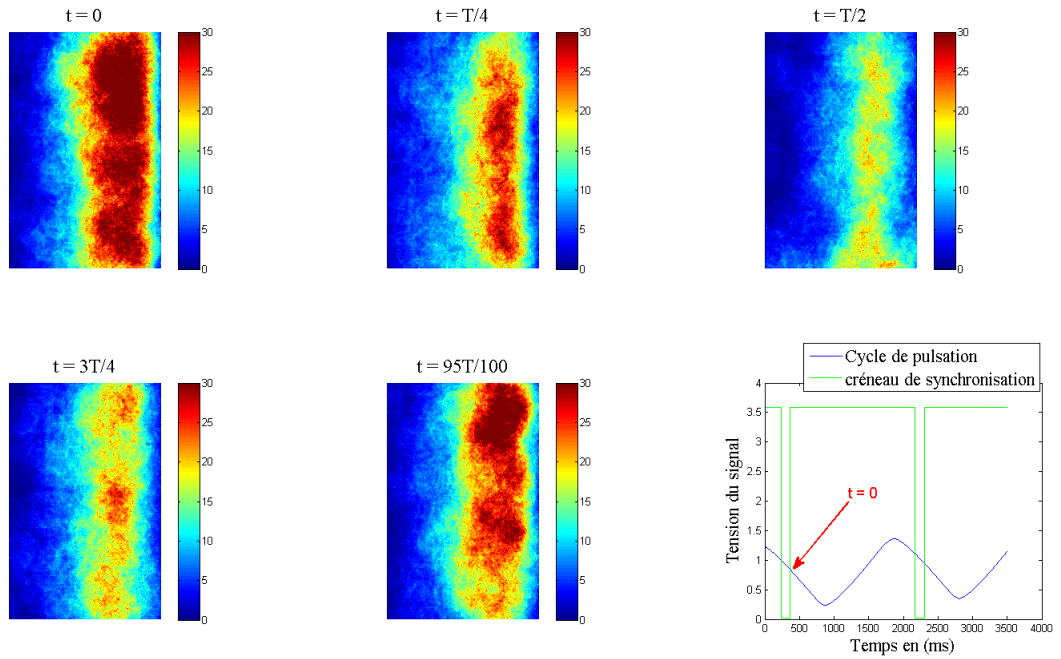


Fig. 5.14 – Cycle d'aire interfaciale volumique à 0,5Hz dans le volume de contrôle amont en m^{-1} .

Comme à la fréquence précédente, l'alimentation en aire interfaciale volumique reste asymétrique et sensible aux variations de la pulsation. En effet à mi-période et à l'instant juste après le niveau d'aire interfaciale moyen mesuré dans le volume de contrôle subit une baisse.

Le positionnement des images à 0,5Hz n'est pas exactement le même qu'à la fréquence précédente où la première image était exactement prise en début de cycle. Mais en tenant compte de ce décalage, l'évolution du niveau d'aire interfaciale mesurée dans le volume de contrôle reste très proche de ce qui a été observé à 1Hz sauf en termes de niveaux instantanés.

5.2.6 Cycle d'aire interfaciale volumique en aval à 0,5Hz

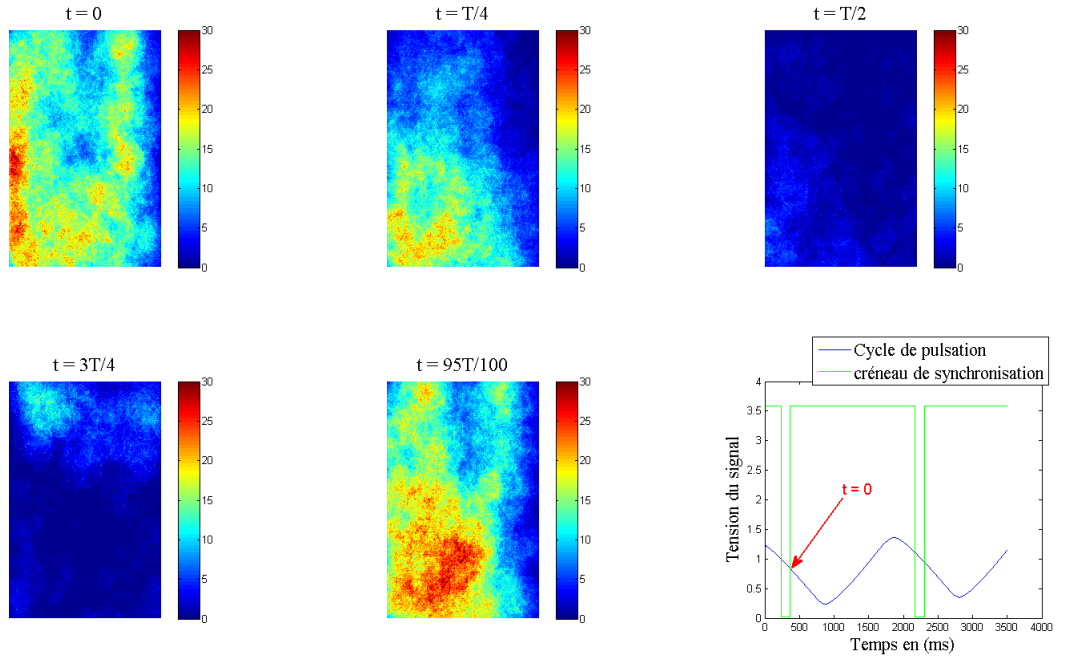


Fig. 5.15 – Cycle d'aire interfaciale volumique à 0,5Hz dans le volume de contrôle aval.

A 0,5Hz l'amplitude de pulsation générée par le système de pulsation est de l'ordre de 3,5cm dans le fût de colonne. Ce qui assure une meilleure agitation dans chaque étage. Cette meilleure agitation se traduit par une répartition plus équilibrée de l'aire interfaciale volumique mesurée sur un cycle de pulsation. La dynamique de l'aire interfaciale volumique mesurée est cohérente avec le mouvement généré par la pulsation. A mi-crénneau, c'est à dire à l'instant $t = T/2$ on vient de quitter le point le plus bas du cycle de pulsation. L'écoulement en pleine phase ascendante n'est alors pas favorable à la chute des gouttes. Il en résulte une cartographie d'aire interfaciale volumique quasiment vide contrairement à ce qui a été observé à **1 HZ**.

5.2.7 Bilan d'aire interfaciale volumique à 0,5Hz

La production d'aire interfaciale volumique a cette fréquence est le double de ce qui a été obtenu à la fréquence précédente. Logiquement, pour le produit A.F le plus élevé, la production est la plus forte. Les constatations faites sur la cohérence entre le mouvement provoqué par la pulsation et celui de l'émulsion se retrouvent aussi ici. taux de rétention et aire interfaciale volumiques moyennes dans les volumes de contrôle évoluent en cohérence avec la pulsation en étant à leur minimum lorsque l'écoulement est en phase ascendante.

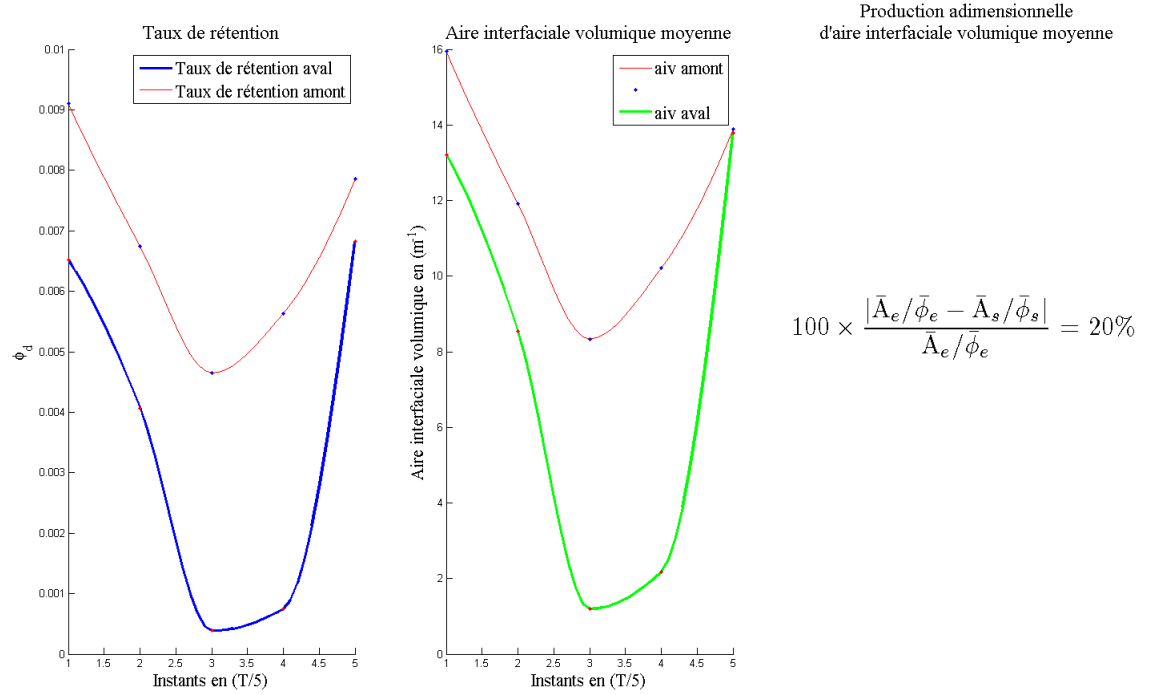


Fig. 5.16 – Production adimensionnelle d'aire interfaciale volumique à 0,5Hz.

5.2.8 Cycle d'aire interfaciale volumique en amont à 2Hz

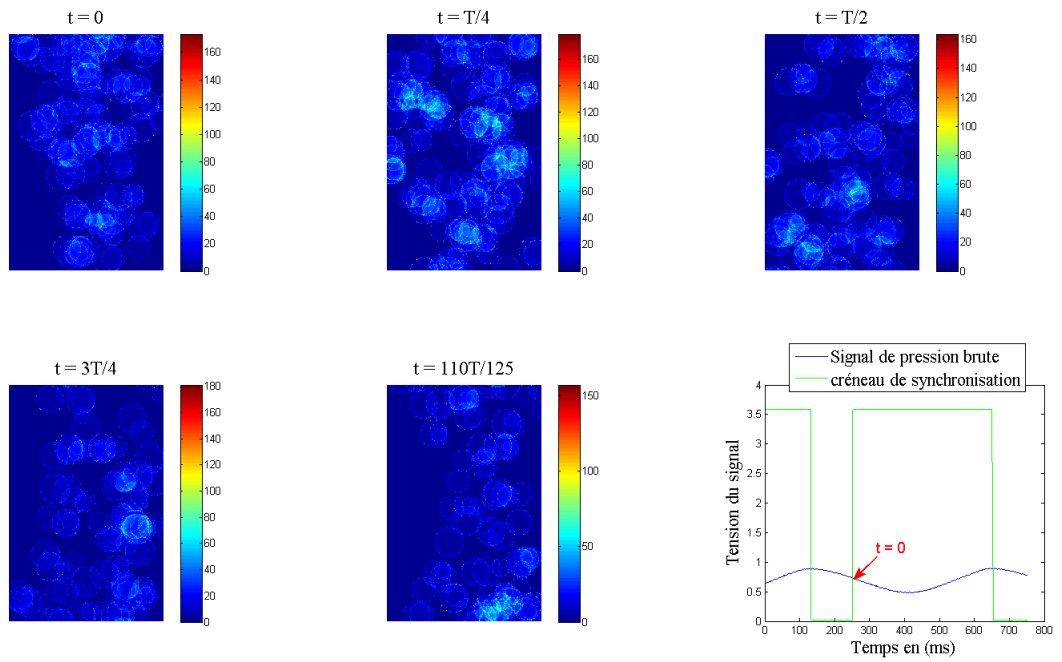


Fig. 5.17 – Cycle d'aire interfaciale volumique à 2Hz dans le volume de contrôle amont en m^{-1} .

L'une des premières remarques que l'on puisse faire concerne la forme du profil de pulse qui est très proche de la sinusoïde. L'alimentation en aire interfaciale volumique à cette période reste très proche de ce qui a été observé aux fréquences précédemment étudiées de par sa relative constance au cours du temps.

5.2.9 Cycle d'aire interfaciale volumique en aval à 2Hz

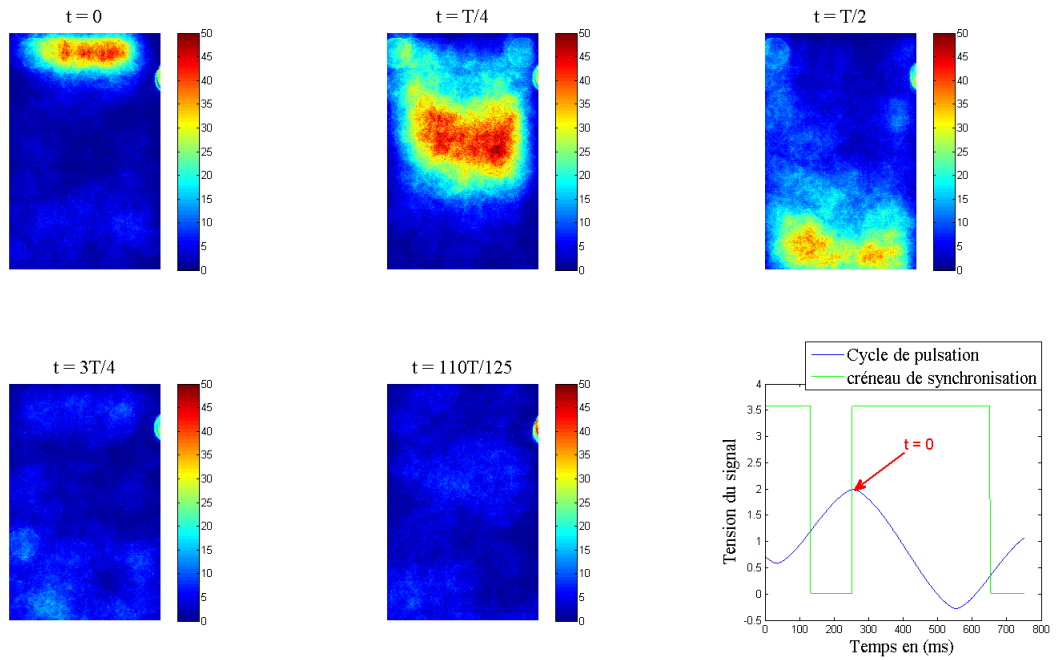


Fig. 5.18 – Cycle d'aire interfaciale volumique à 2Hz dans le volume de contrôle aval en m^{-1} .

La première image prise pour cette série de mesure se situe au début de la phase descendante du cycle. Les trois instants nommés $t = 0$ à $t = T/2$ sont situés sur la phase descendante du cycle pour en atteindre le point le plus bas à $t = 3T/4$. Les cartographies observées à ces instants sont conformes à l'évolution de la pulsation, le mouvement de chute des gouttes y est bien décomposé. A $t = 3T/4$ le cycle passe en phase ascendante et logiquement la cartographie obtenue à $t = 110T/125$ est complètement vide de gouttes. La durée du créneau n'a pas permis d'obtenir plus d'images correspondant à la phase ascendante mais à en croire les quelques instants dont nous disposons sur le cycle, le mouvement de l'émulsion à 2Hz, en phase descendante, est en accord avec la dynamique imposée par la pulsation.

5.2.10 Bilan d'aire interfaciale volumique à 2Hz

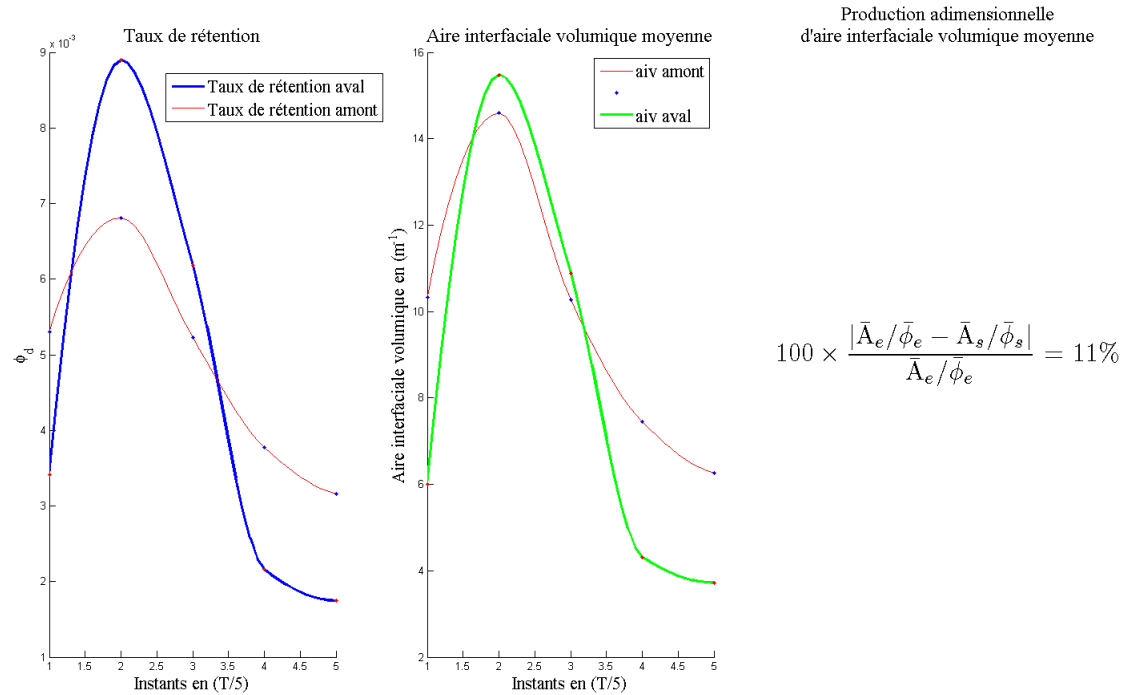


Fig. 5.19 – Cycle de production adimensionnelle d'aire interfaciale volumique à 2Hz.

Le niveau de production obtenu est du même ordre de grandeur qu'à 1Hz malgré un produit fréquence-amplitude ($0,64\text{cm.s}^{-1}$) deux fois plus faible. Il est possible que la création d'aire interfaciale volumique observée à cette fréquence ne soit pas entièrement la conséquence de l'énergie communiquée par la pulsation aux fluides de la colonne.

5.2.11 Conclusions sur l'aire interfaciale volumique

Globalement la comparaison des trois fréquences d'étude montre que le niveau de production d'aire interfaciale volumique croît avec le produit amplitude-fréquence. La production atteint les 20% à 0,5Hz pour un produit AF valant ($1,76\text{cm.s}^{-1}$). Aux deux autres fréquences dont le produit AF vaut ($1,3\text{cm.s}^{-1}$) et ($0,64\text{cm.s}^{-1}$) environ, la production avoisine les 10%. Le niveau de production obtenu à 2Hz soulève des questions quant à la nature des fragmentations qui y ont lieu.

En terme de dynamique, les études à 1Hz ont montré un "déphasage" avec le mouvement insufflé par la pulsation. Le niveau maximal d'aire interfaciale volumique a été mesuré au moment où l'écoulement est censé avoir refoulé les gouttes comme on le constate à 0,5Hz. Ce décalage semble disparaître pourtant à 2Hz où l'amplitude de pulsation est encore plus faible qu'à 1Hz. L'amplitude et le produit AF n'expliquent donc pas totalement le lien entre la dynamique de l'émulsion et celle que communique la pulsation.

Au regard de ces quelques constatations, il semble légitime de s'attendre à ce que les mesures d'anisotropie révèlent un meilleur rapprochement anisotropie-taux de déformation à 0,5Hz et

potentiellement à 2Hz qu'à 1Hz où les gouttes semblent moins sensibles, de par leur dynamique, au mouvement qui leur communiqué par la pulsation.

5.3 Anisotropie

Deux études de l'anisotropie des gouttes vont être présentées dans cette section. La première est destinée à l'étude de la déformation moyenne des gouttes en amont et en aval du garnissage en fonction des conditions opératoires. L'idée étant de compléter les données qui ont servi à quantifier l'erreur que l'on commet en remplaçant les éventuelles ellipses aplaties par les sphères de volume équivalent (4.2.1). La seconde étude a pour objectif d'établir la relation entre l'anisotropie d'une goutte et le taux de déformation de la phase continue environnante. Cette seconde partie devrait indiquer dans quelles conditions opératoires l'hypothèse de linéarité de TAYLOR[70] est valable. Il s'agit éventuellement d'en tirer une corrélation liant anisotropie et taux de déformation au delà du domaine de linéarité qui aura été identifié.

5.3.1 Anisotropie moyenne en amont du garnissage

La mesure est faite dans le volume de contrôle amont sur environ 400 images par instant pour garantir un nombre suffisant d'événements. En raison des limitations de la fonction de détection d'ellipses de Matlab®, seules les gouttes isolées et non découpées ont été traitées.

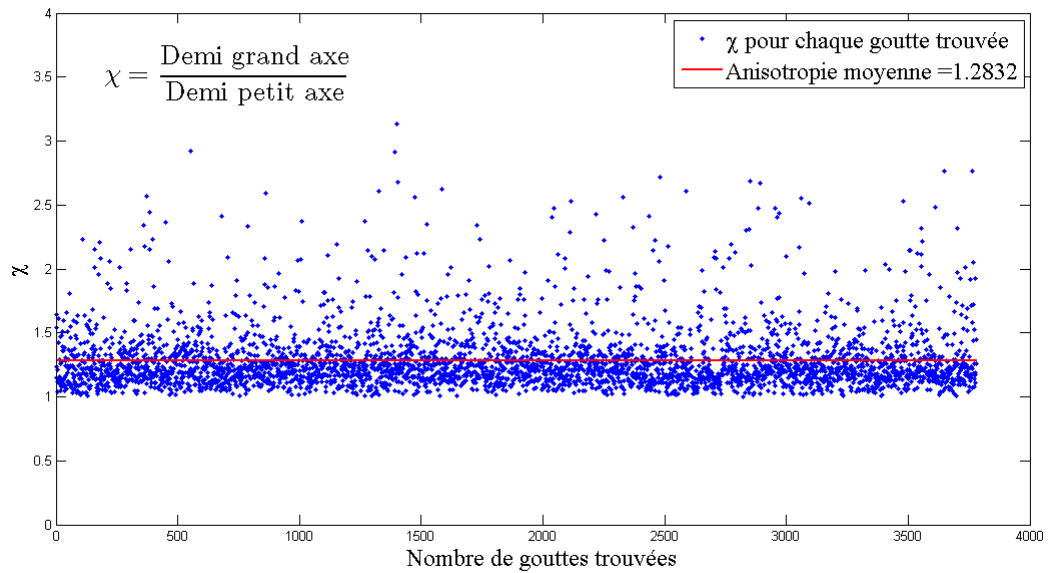


Fig. 5.20 – Anisotropie des gouttes en amont du garnissage mesurée par le paramètre χ donné en (4.8)

Le paramètre χ mesuré sur toutes les gouttes isolées trouvées dans le volume de contrôle amont (environ 3800 gouttes) présente une moyenne de 1,28 et des valeurs maximales qui n'excèdent pas 4. L'algorithme de recherche étant programmé pour prendre la sphère de volume équivalent sur chaque goutte isolée, l'erreur commise, en surface, en raison du remplacement de

l'ellipsoïde par une sphère est de 2% en moyenne et atteint les 22% dans les pires conditions (*cf.* 4.13).

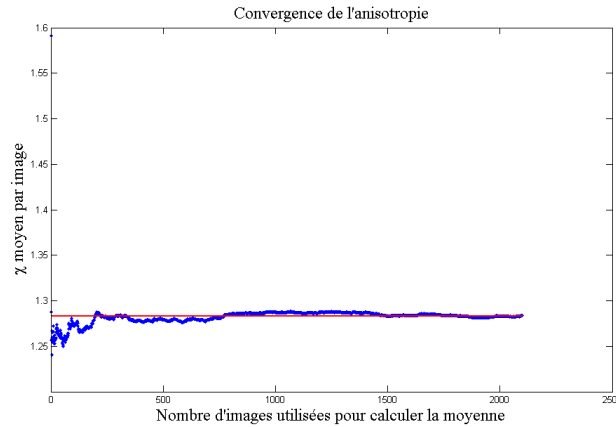


Fig. 5.21 – Convergence de la mesure d'anisotropie

La courbe (5.21) représente la valeur moyenne de χ en fonction du nombre d'images utilisées pour la calculer. L'étude de convergence montre que la valeur moyenne est atteinte avant 500 images. Les variations constatées après sont très faibles.

5.3.2 Anisotropie moyenne en aval à 1Hz

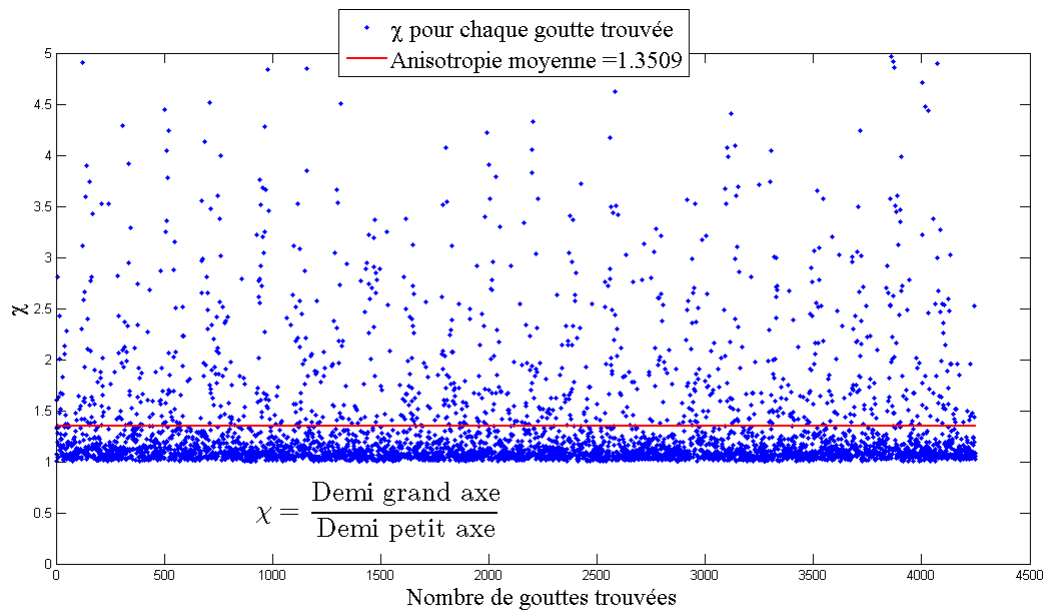


Fig. 5.22 – Anisotropie des gouttes en aval du garnissage mesurée par le paramètre χ donné en (4.8) à 1Hz

A 1Hz, en aval, l'anisotropie moyenne est de 1,35. En se référant à (4.13) l'erreur commise en moyenne est toujours de l'ordre de 2%. Les variations du χ moyen mesurées, à partir de

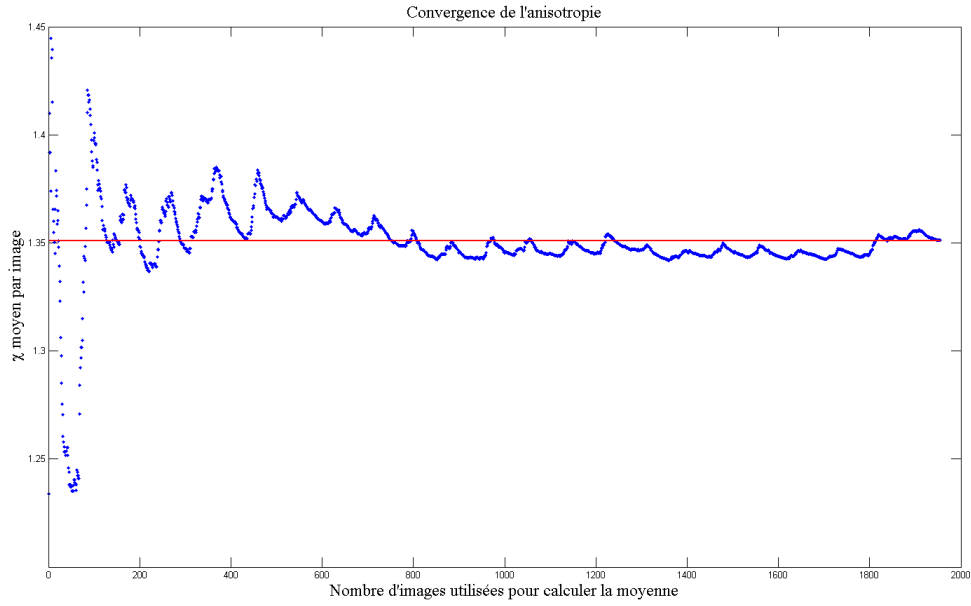


Fig. 5.23 – Convergence de la mesure d'anisotropie à 1Hz

400 images, sont de l'ordre de 5%. Malgré les effets visibles de la pulse, il est raisonnable de considérer que la convergence est atteinte à partir de 400 images.

5.3.3 Anisotropie moyenne en aval à 2Hz

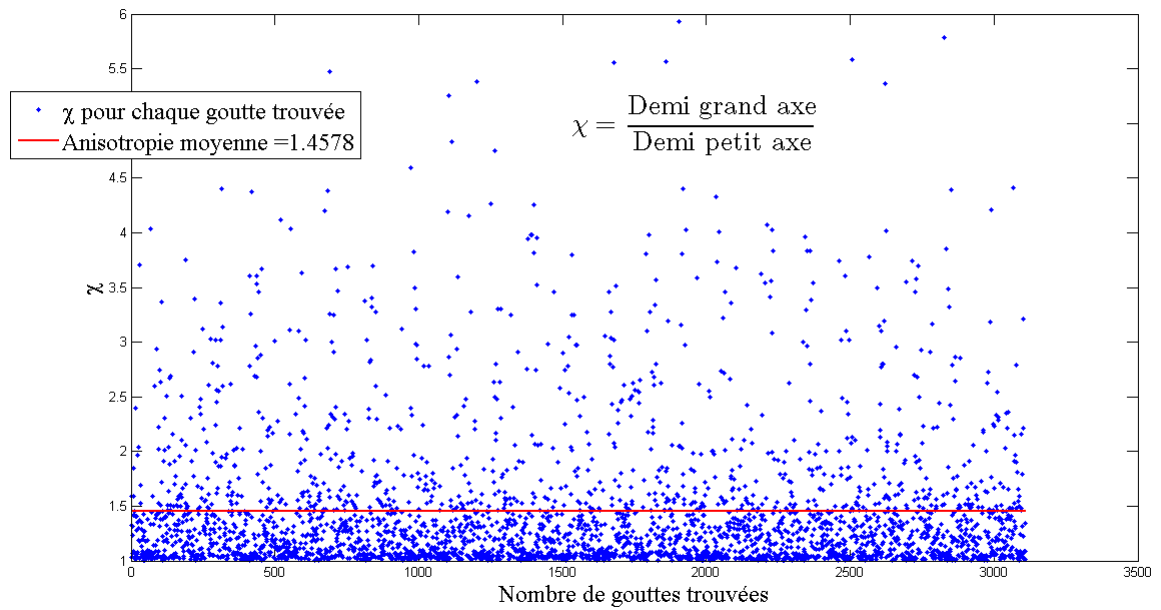


Fig. 5.24 – Anisotropie des gouttes en aval du garnissage mesurée par le paramètre χ donné en (4.8) à 2Hz

Malgré une légère augmentation du niveau moyen de χ l'erreurs moyenne qui en résulte reste la même.

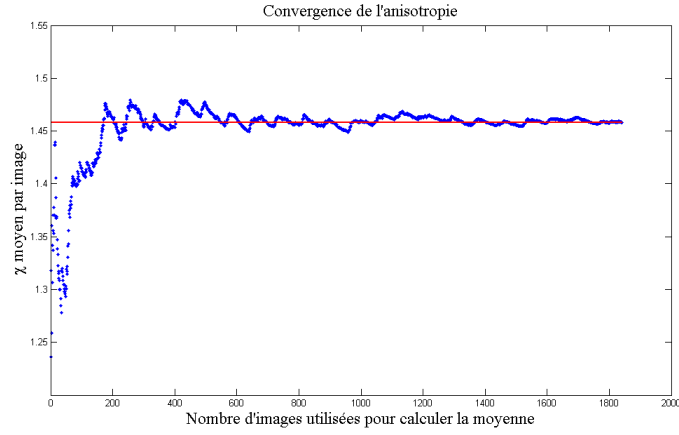


Fig. 5.25 – Convergence de la mesure d'anisotropie à 2Hz

Le nombre d'images requises pour atteindre une valeur raisonnablement proche de la moyenne de χ reste autour de 400 images.

5.3.4 Anisotropie moyenne en aval à 0,5Hz

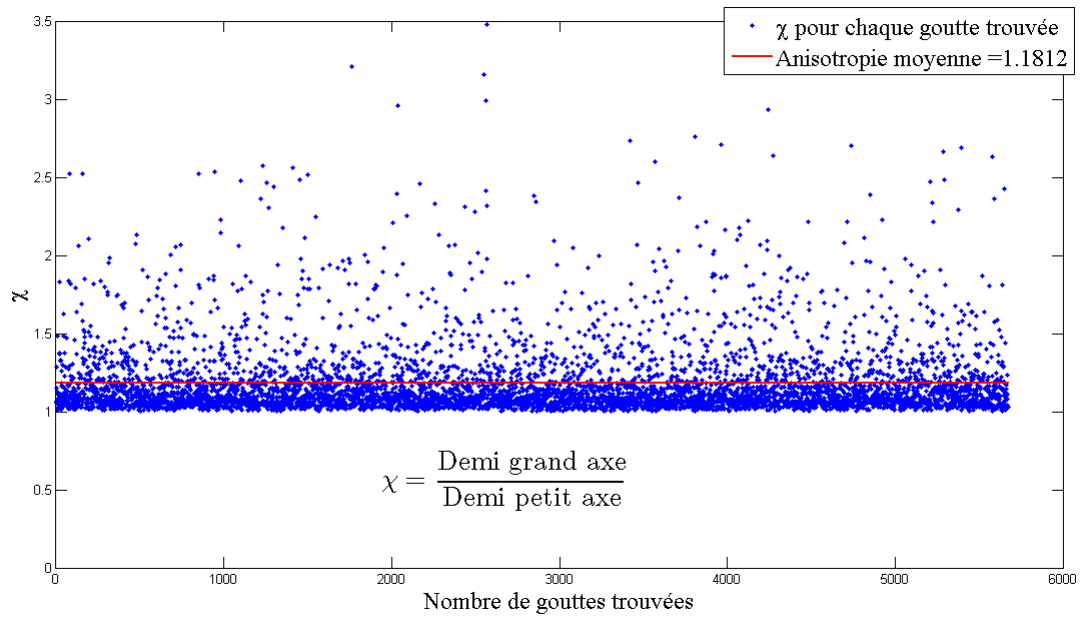


Fig. 5.26 – Anisotropie des gouttes en aval du garnissage mesurée par le paramètre χ donné en (4.8) à 0,5Hz

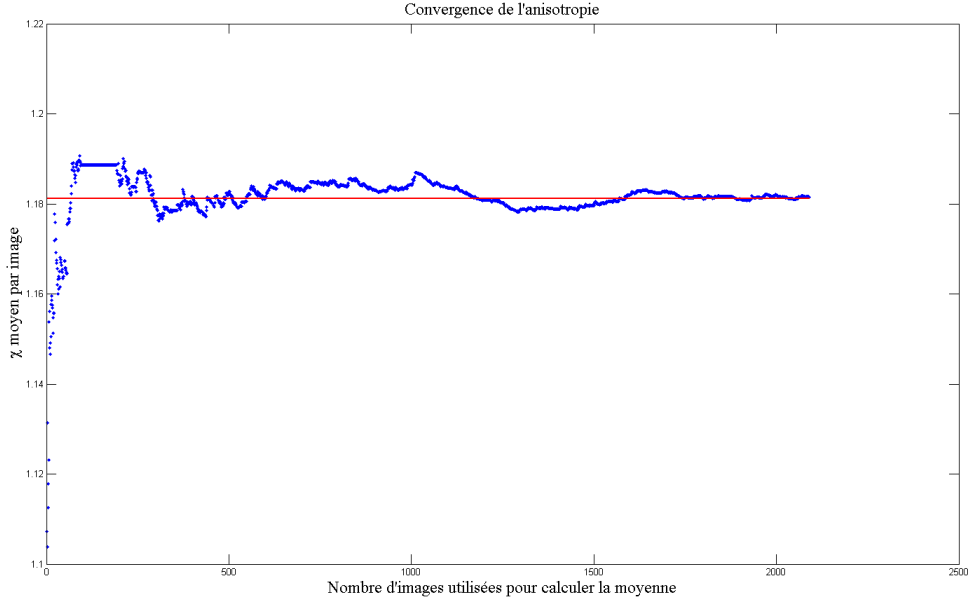


Fig. 5.27 – Convergence de la mesure d'anisotropie à 0,5Hz

Globalement l'anisotropie moyenne mesurée sur les gouttes isolées en amont comme en aval, est de l'ordre de 1,5. Cette valeur témoignant de gouttes relativement proches de la sphère assure une erreur moyenne d'estimation de la surface d'échange, au moins sur les entités isolées, n'excédant pas les 2% d'après (4.13).

Les 400 images utilisées pour l'établissement des diverses moyennes, et en particuliers celle de l'aire interfaciale volumique, s'avèrent suffisantes pour garantir une erreur d'évaluation inférieur à 5% de la moyenne complètement convergée.

En supposant que les amas de gouttes sont constitués par des ellipsoïdes géométriquement très comparables aux gouttes isolées. Cette étude préliminaire d'anisotropie permet aussi de dimensionner les intervalle de recherche utilisés par l'algorithme de HOUGH cercles sur les amas de gouttes afin de réduire les erreurs de détection. Les tailles extrêmes des ellipses ayant été stockées pour chaque image à étudier, il est possible de définir précisément R_{\min} et R_{\max} .

5.3.5 Lien paramètre de forme et tenseur taux de déformation

Appelons *paramètre de forme* le rapport $L - l/L - l$. Le but de cette section est d'apprécier la rapprochement entre ce paramètre et une grandeur construite à partir de gradients de vitesse. Comme TAYLOR[70] et MAFFETTONE[60] prenons par exemple le nombre capillaire donné par (6.33). La norme des valeurs propres sera aussi testée à titre indicatif. L'idée est de suivre une goutte sur sa trajectoire et de confronter en tout point de cette trajectoire les données précédemment citées pour déterminer laquelle est la plus proche du *paramètre de forme*.

Comme cela a été indiqué dans le chapitre dédié à la présentation des méthodes de mesure, le tenseur taux de déformation de la phase continue est obtenu à partir de calculs Castem. La moyenne du taux de déformation sur tout le contour de la goutte est utilisé pour les calcul du nombre capillaire et des valeurs propres.

La mesure est réalisée en milieu de colonne.

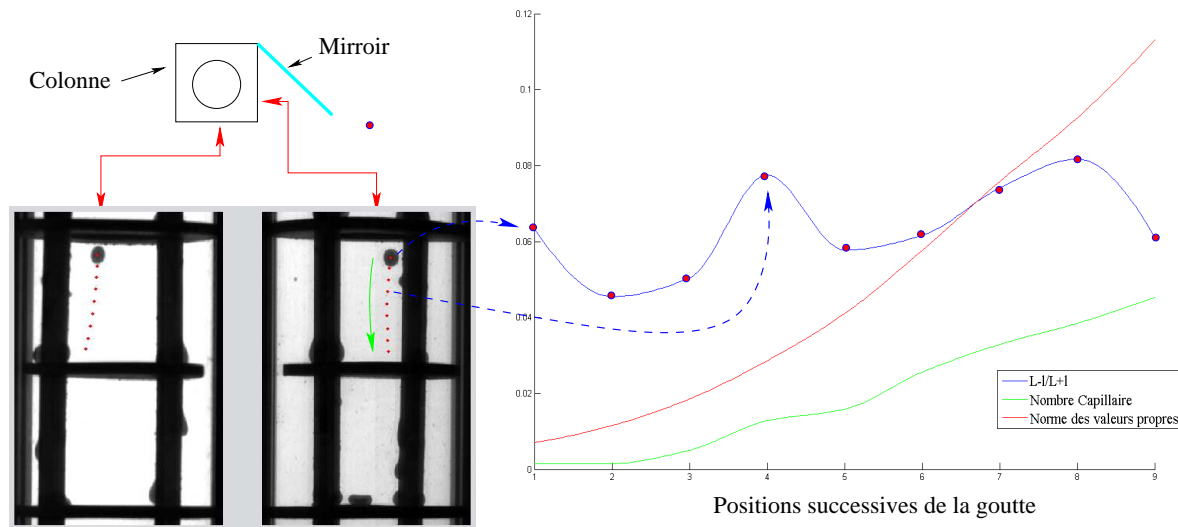


Fig. 5.28 – Suivi sur la trajectoire de la goutte des évolutions du paramètre de forme $L - 1/L + 1$, du nombre capillaire et de la norme des valeurs propres pour une fréquence de pulsation de $0,5\text{Hz}$, un débit de phase continue de 42L.h^{-1} et un débit de phase dispersée de 223mL.h^{-1} .

La goutte s'applatit à l'approche du plateau situé en milieu d'étage. Cet aplatissement se manifeste par un accroissement global du facteur de forme $L - 1/L + 1$ au fur et à mesure que la goutte avance sur sa trajectoire. Il apparaît néanmoins en positions 1, 4 et 9 des écarts de comportement anormaux. Ces écarts sont sans doute liés à la validité de la reconstruction en 3 dimensions à ces instants précis.

Indépendamment de ces écarts de comportement sur la déformation mesurée $L - 1/L + 1$, on constate que le nombre capillaire a globalement la même tendance que $L - 1/L + 1$, à un coefficient près.

Ce rapprochement en tendance mais aussi en terme d'ordres de grandeur est à vérifier dans d'autres conditions, il apporte un premier élément de confirmation du lien existant entre l'anisotropie d'une goutte et l'intensité de l'écoulement qui l'environne.

5.4 Histogrammes de population

Comme le confirme la courbe d'évolution du taux de rétention moyen de la figure(5.1) ce dernier évolue de façon sinusoïdale avec des extrema situés aux premiers et troisièmes quarts de période. Pour ce qui est de l'établissement des histogrammes, bien qu'il y soit possible d'avoir jusqu'à 50 instants par cycle, seules les instants remarquables que sont les quarts successifs de la période seront étudiés. Ainsi les évolutions présentées dans les sections suivantes ne concerneront que cinq instants par cycle. Pour être bien représentatif des populations étudiées un minimum de 400 images par instant seront utilisées pour dresser les histogrammes en gardant à l'esprit que 300 images suffisaient à converger pour le calcul du taux de rétention.

Globalement la distribution de tailles de gouttes s'étend de 1mm à 4,25mm. Cet intervalle va être discrétisé avec un pas de 0,2mm, les barres représentatives des classes successives de

gouttes ont aussi une largeur de 0,2mm. Ainsi la première classe qui suit 1,4mm représente les gouttes dont la taille appartient à l'intervalle $[1,5; 1,7]$, celle d'après $[1,7; 1,9]$ et ainsi de suite. Cette classification va être maintenue pour toutes les distributions qui vont être étudiées.

Pour permettre la comparaison des divers histogrammes plusieurs conditions de traitement d'images ont été respectées :

- Les fenêtres d'observation sur chaque image sont de même taille et localisées au même endroit par rapport à l'axe de la colonne de façon à assurer l'égalité des deux volumes de contrôle étudiés. Ce volume de contrôle va permettre d'obtenir le taux de rétention moyen.
- En outre le nombre de cycles observés, et donc le nombre d'images utilisées pour le traitement, est pris identique pour chaque fréquence étudiée de façon à garantir à chaque phénomène le même niveau d'établissement.

5.4.1 Vérification préliminaire à 1Hz

Le taux de rétention moyen dans chaque volume de contrôle, en amont et en aval, va être calculé pour chaque image étudiée. Ces taux de rétention moyens sont ensuite utilisés pour dresser une moyenne "*phasique*" du taux de rétention au cours du cycle. A chaque instant du cycle, les gouttes détectées sur chaque image sont répertoriées pour dresser un premier histogramme global. Chacun de ces histogrammes sont ensuite divisés par le nombre d'images qui ont été utilisées pour obtenir un histogramme "*moyen*" à chaque instant.

Le rapport du volume total, calculé à partir ces distributions moyennes, par le taux de rétention correspondant permet de remonter au volume de contrôle qui, en amont et en aval, représente la même capacité.

$$\frac{V_{\text{total}}}{\phi_d} = \text{Volume de controle} \quad (5.2)$$

La comparaison à chaque instant, en amont et en aval, des volumes calculés avec (5.2) permet de vérifier que l'écoulement est bien établi (conservation du débit) et que les histogrammes ainsi obtenus sont fiables.

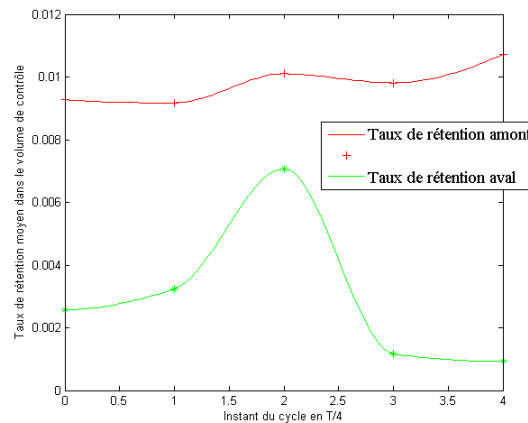


Fig. 5.29 – Taux de rétention moyens à 1Hz dans les volumes de contrôle amont et aval. Le taux de rétention dépasse à peine les 1% en amont comme en aval.

Le taux de rétention en aval est inférieur à celui que l'on mesure en amont. L'important ac-

croissement du taux de rétention à $t = T/2$ s'explique par le passage, en décalé, de la population de gouttes qui est restée bloquée au niveau de plateaux.

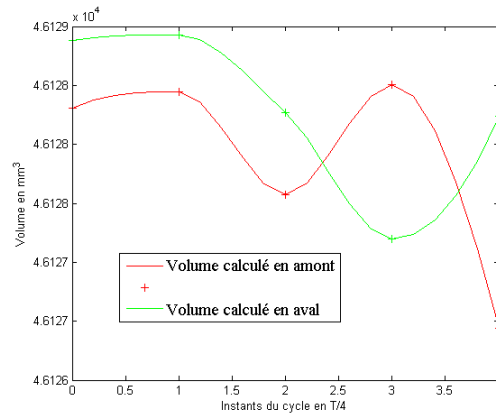


Fig. 5.30 – Évolution du volume de contrôle calculé à 0,5Hz.

Les écarts entre volumes de contrôles recalculés en amont et en aval sont de l'ordre de quelques mm^3 pour une capacité totale de l'ordre de 10^4mm^3 dans chaque volume de contrôle. La conservation du volume est donc très correcte.

5.4.2 Évolution de la population au cours du cycle à 1Hz en entrée

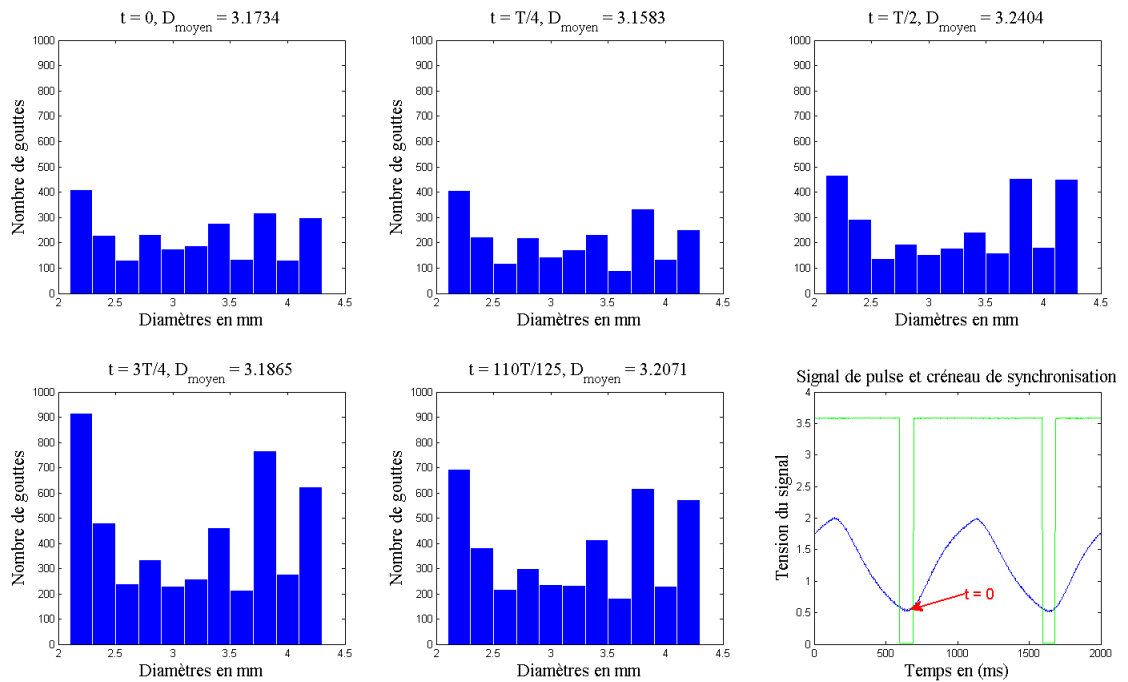


Fig. 5.31 – Distribution de taille de gouttes en entrée à 1Hz.

A l'image du diamètre moyen qui reste stable au cours du temps (entre 3,1mm et 3,2mm), la distribution de tailles de goutte reste la même quelque soit l'instant considéré du cycle de pulsation. Cette population est répartie plus ou moins équitablement.

5.4.3 Évolution de la population au cours du cycle à 1Hz en sortie

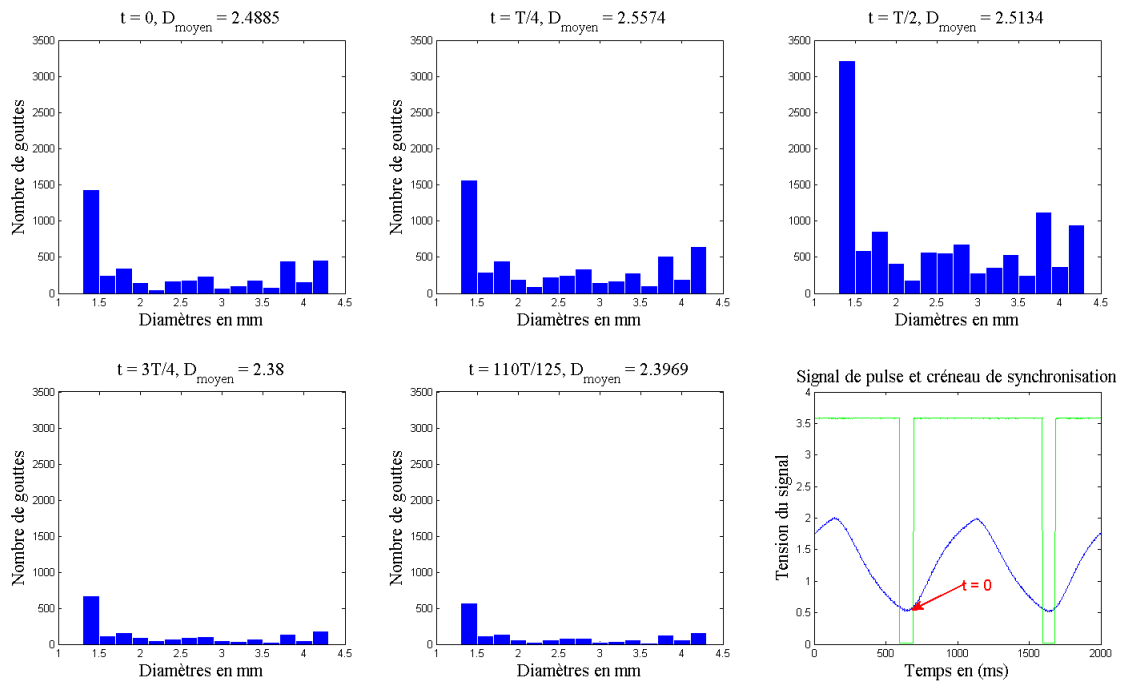


Fig. 5.32 – Distribution de taille de gouttes en sortie à 1Hz.

Les gouttes les plus nombreuses à 1Hz, en aval du garnissage, appartiennent à une nouvelle classe caractérisée par une taille de l'ordre de (1,4mm). Les autres classes ont des effectifs équivalents ; ce qui tend à montrer qu'à cette fréquence, la fragmentation des classes "mères" contribue à alimenter cette classe en particulier, excluant l'idée de prédominance d'une fragmentation de type binaire.

Le diamètre moyen oscille autour de 2,5Hz. Globalement la distribution des gouttes reste la même au cours du cycle. Néanmoins il faut noter l'apparition d'une hausse significative de l'effectif total à l'instant $t = T/2$. Cet instant correspond à fort passage de gouttes. L'explication en est donnée dans les sections suivantes.

5.4.4 Comparaison entrée-sortie 1Hz pour chaque instant du cycle

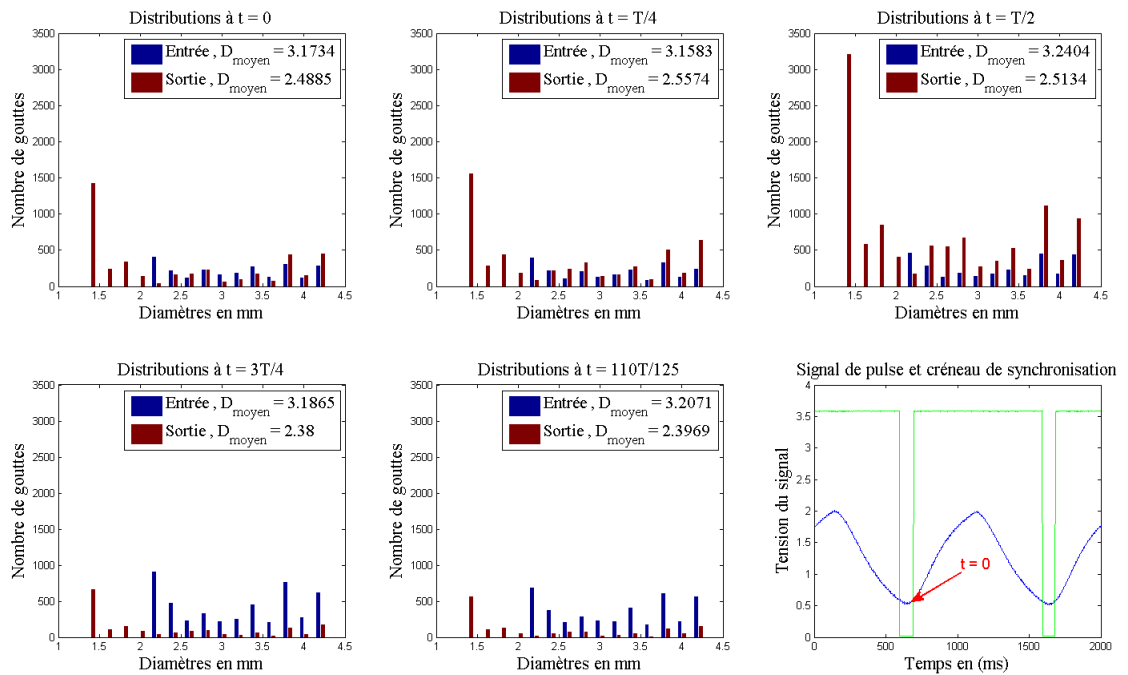


Fig. 5.33 – Comparaison des distributions de tailles à 1Hz.

La population de gouttes en aval du garnissage est, de par sa distribution de tailles, assez proche de la population amont. Étrangement, les classes de grand diamètre ne sont pas diminuées. A presque tous les instants hormis les deux derniers qui suivent l'instant $t = T/2$, les classes de grand diamètre ont vu leur effectif augmenter. Traduisant, pour cette fréquence, l'existence de phénomènes de coalescence. Les classes les plus diminuées sont celles de taille moyenne.

5.4.5 Vérification préliminaire à 0,5Hz

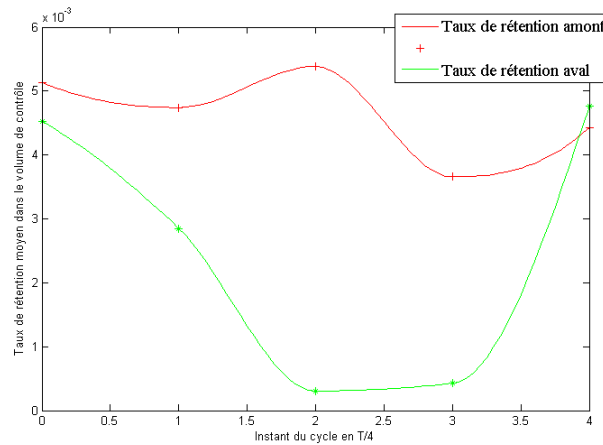


Fig. 5.34 – Taux de rétention moyens à 0,5Hz dans les volumes de contrôle amont et aval. Le taux de rétention est inférieur à 1% en amont comme en aval

En moyenne la population avale est constituée de gouttes de plus petites tailles. Sa vitesse de chute moins importante devrait se traduire par une hausse du taux de rétention par rapport à ce qui est observé en amont. Cette prévision n'est pas observée ici car la fenêtre d'observation² est située directement en sortie de garnissage où la dynamique de l'émulsion est perturbée par le jet qui sort du dernier [Anneau](#).

La vitesse de chute de gouttes dans un milieu infini est une fonction croissante de leur diamètre. De par leur diamètre moyen, les gouttes injectées en amont du garnissage correspondent aux classes qui subissent ce que l'on pourrait appeler "*une crise de vitesse*". Le phénomène décrit par DUHAMET J.[40] dans son mémoire de thèse (??) concerne des diamètres de gouttes s'étalant de 2,5mm à plus de 5mm. Ce phénomène se manifeste par une chute de la vitesse terminale qui s'explique par le fait que la déformation importante des gouttes accroît la force de traînée qu'elles subissent (notion de "*traînée de forme*"). Ainsi les gouttes injectées en amont tombent moins vite qu'elles ne devraient si bien que le taux de rétention observé dépasse les prévisions.

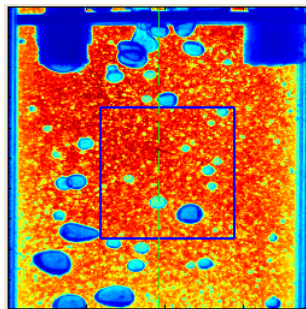


Fig. 5.35 – Volume de contrôle aval

²volume de contrôle

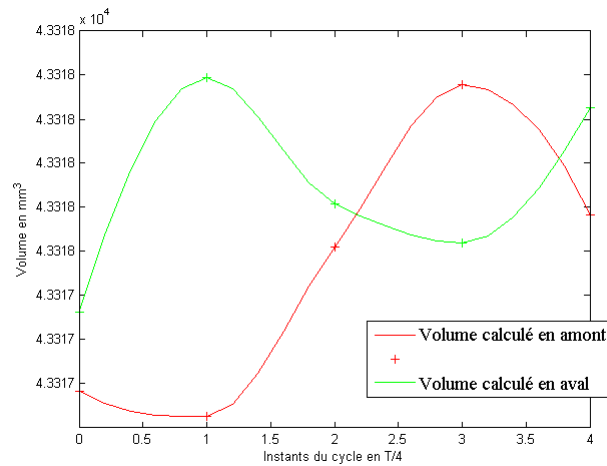


Fig. 5.36 – Évolution du volume de contrôle calculé à 0,5Hz.

Le volume de contrôle a une capacité de l'ordre de 10^4 mm^3 . Les écart mesurés entre le volume calculé en amont et celui calculé en aval à 0,5Hz, de l'ordre de l'unité, témoignent de la conservation du volume et de l'établissement suffisant de l'écoulement .

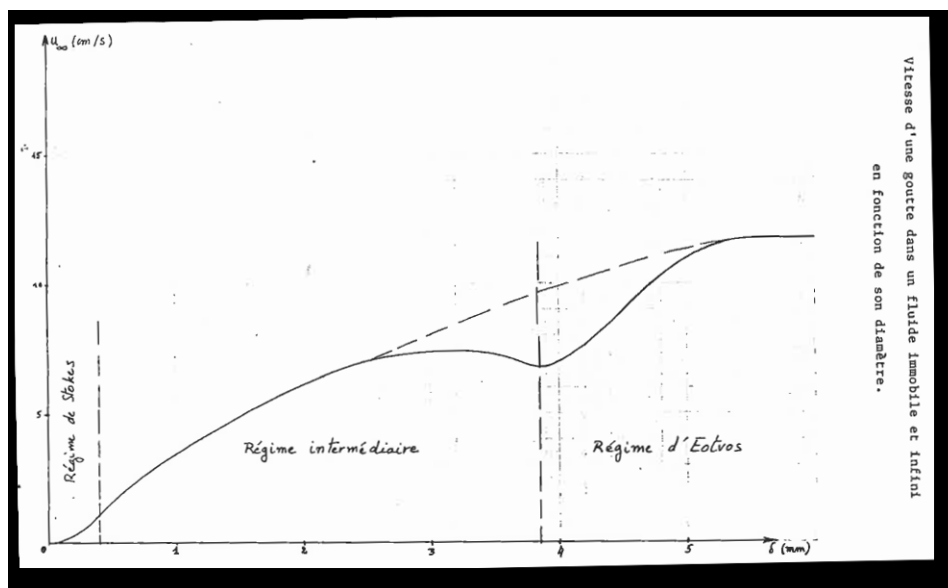


Fig. 5.37 – Vitesse de chute des gouttes en fonction de leur diamètre[40].

5.4.6 Évolution de la population au cours du cycle à 0,5Hz en entrée

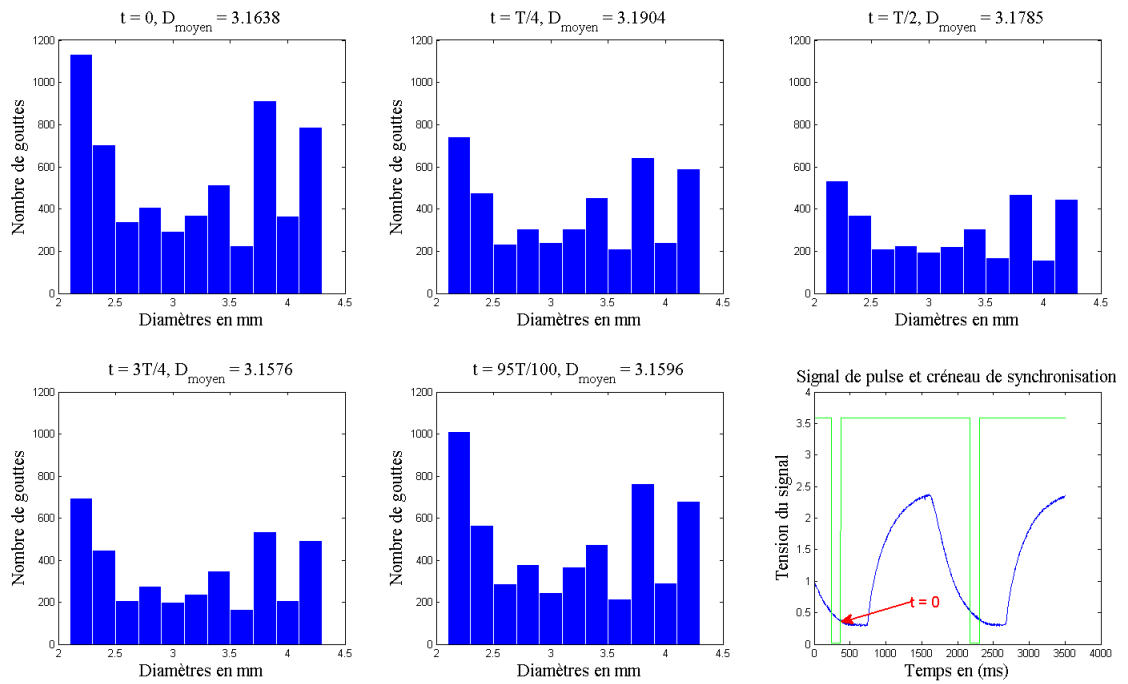


Fig. 5.38 – Distribution de taille de gouttes en entrée à 0,5Hz. 420 images ont été utilisées pour dresser les histogrammes à chaque instant du cycle.

La répartition de la population se reproduit au cours du cycle en entrée du garnissage comme en témoigne la stabilité du diamètre moyen à environ **3,2mm**. L'émulsion générée par le diffuseur n'est clairement pas mono-disperse mais bien reproduite au cours du temps. Les diamètres sont répartis de façon relativement équilibrée entre les deux tailles extrêmes.

5.4.7 Évolution de la population au cours du cycle à 0,5Hz en sortie

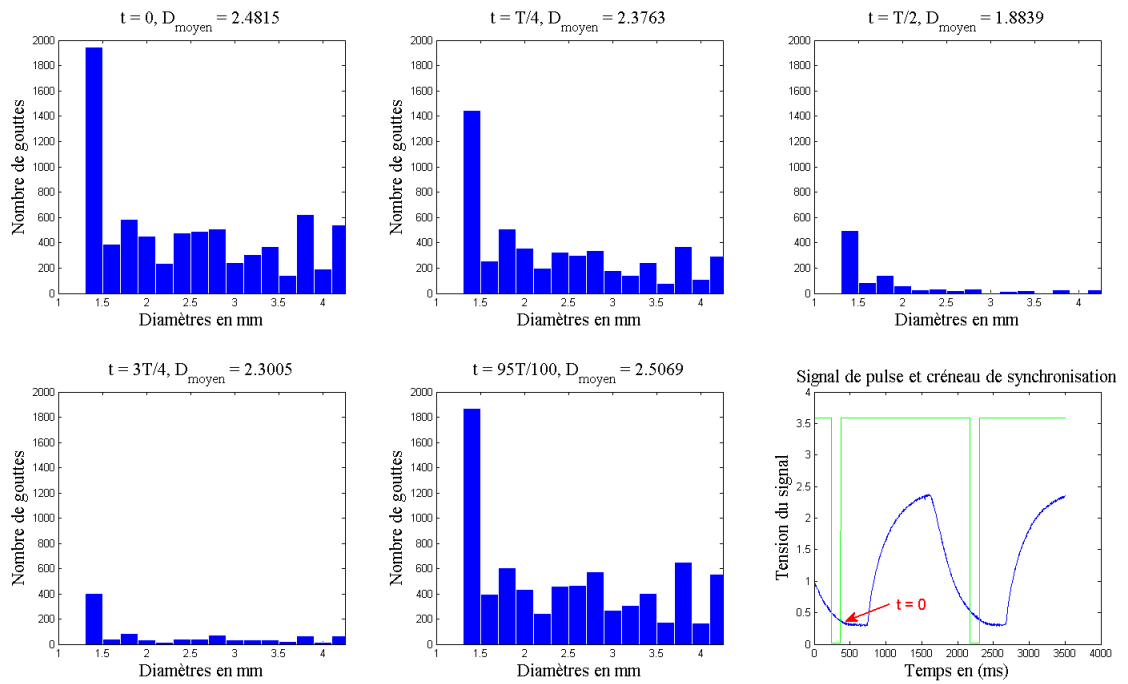


Fig. 5.39 – Distribution de taille de gouttes en sortie à 0,5Hz. 418 images ont été utilisées pour dresser les histogrammes à chaque instant du cycle.

En sortie, à 0,5Hz, la population est dominée encore une fois par les gouttes de diamètre **1,4mm**. Les autres classes présentent des effectifs équivalents mais nettement moins importants que celui de cette dernière. La majorité des fragmentation semble alimenter cette classe. Contrairement à ce qui a été vu à **1 Hz** l'évolution de la population est en conformité avec le cycle de pulsation. Le temps $t = T/2$, fin de la phase ascendante, est caractérisé par un minimum de passage contrairement au comportement vu à 1Hz.

5.4.8 Comparaison entrée-sortie 0,5Hz pour chaque instant du cycle

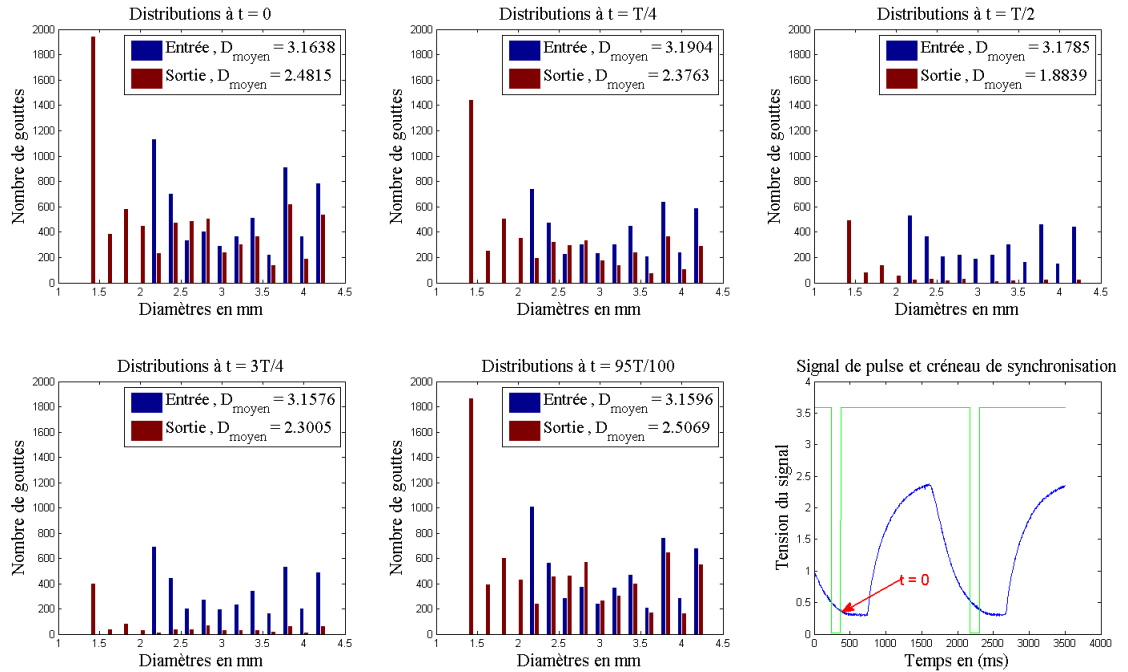


Fig. 5.40 – Comparaison des distributions de tailles à 0,5Hz. 420 images ont été utilisées en amont et 418 en aval.

Globalement pour chaque instant la population en aval est plus nombreuse que la population amont sauf pour l'instant $t = T/2$ qui correspond au moment où l'émulsion est refoulée par la pulsation. Le peu de gouttes qui apparaissent en aval à cet instant précis sont celles dont le diamètre est suffisamment petit pour leur permettre d'échapper aux effets de la pulse. Globalement les classes rencontrées en amont ont toutes été diminuées en effectif. Comme à 1Hz de nouvelles classes de tailles millimétriques sont apparues; la classe de plus petit diamètre ayant un effectif plus important que les autres. Comme à 1Hz cette importance traduit le fait que la majorité des fragmentations ayant eu lieu a participé à l'alimentation de cette classe.

Par ailleurs les effets de la coalescence remarqués à la fréquence précédente ne sont plus vraiment perceptibles. Du moins les plus grandes gouttes ont toutes été fragmentées leur effectif ayant diminué par rapport à la situation en amont.

En amont comme en aval l'évolution de la population est en cohérence avec le cycle de pulsation. Les instants de passage minimum correspondent bien aux fins de phase ascendante de la pulsation.

5.4.9 Évolution de la population au cours du cycle à 2Hz en entrée

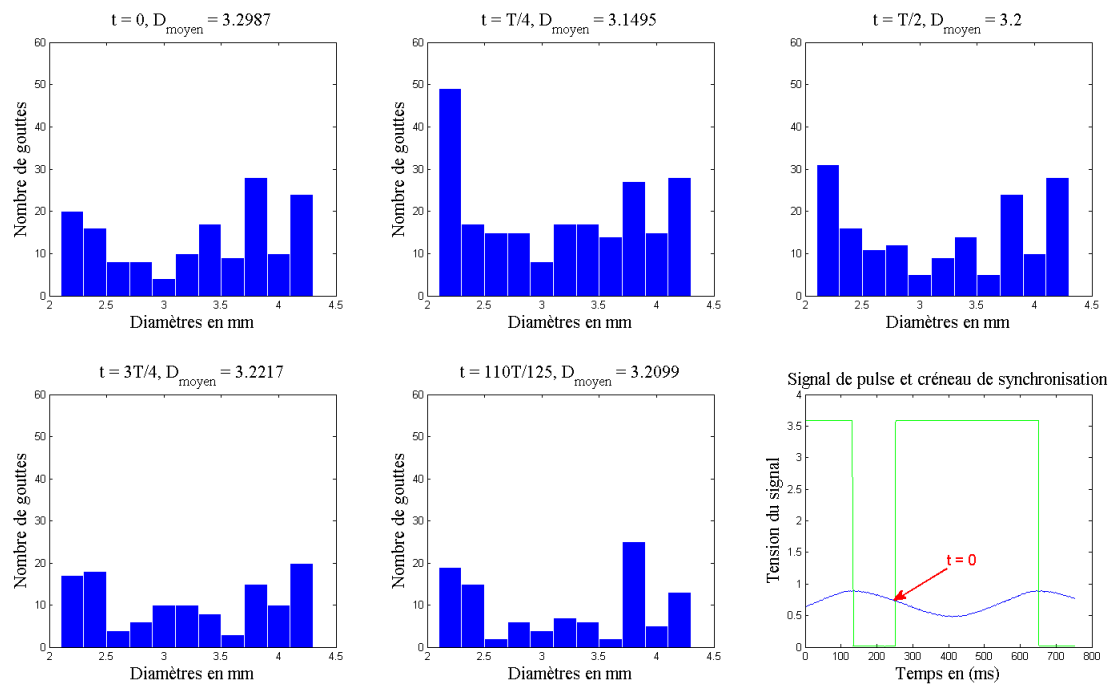


Fig. 5.41 – Distribution de taille de gouttes en entrée à 2Hz.

La distribution de tailles de gouttes a les mêmes caractéristiques qu'aux fréquences précédentes, répartition des gouttes et diamètre moyen sont très comparables. L'évolution au cours du temps est décalée en raison de la prise de vue. Comme le montre l'emplacement de la flèche indiquant l'instant de prise de la première image celle-ci est prise en phase descendante. Contrairement à ce qui a été observé aux deux autres fréquences le temps $t = T/2$ correspond à la fin de la phase descendante si bien qu'on y observe la maximum de passage.

5.4.10 Évolution de la population au cours du cycle à 2Hz en sortie

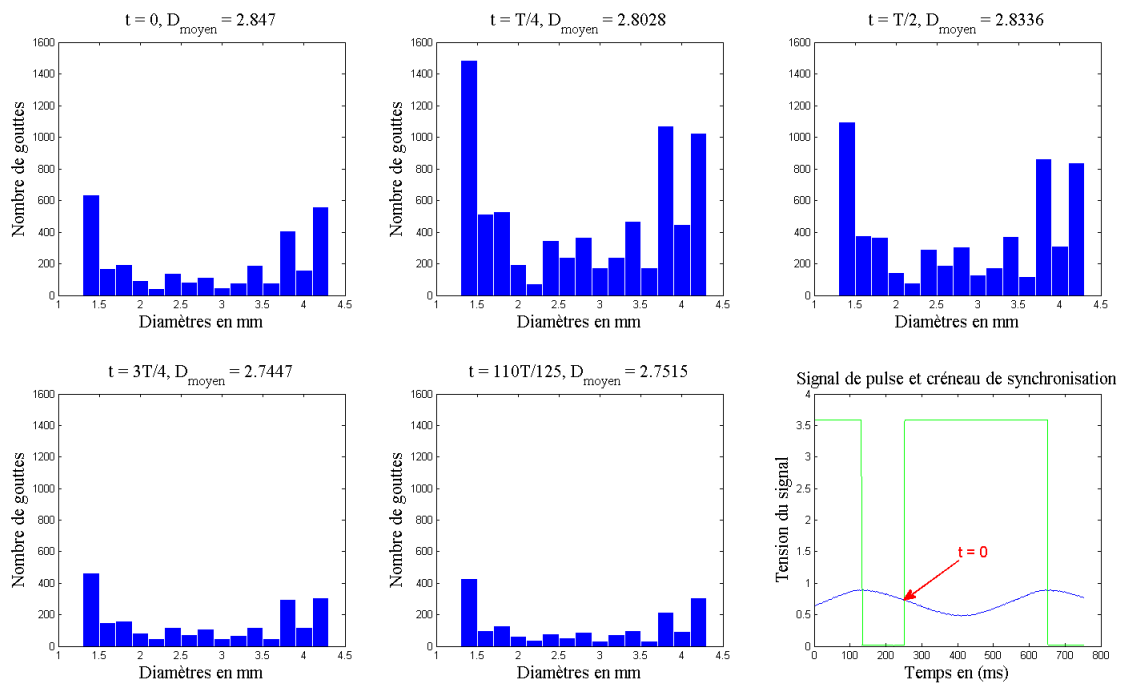


Fig. 5.42 – Distribution de taille de gouttes en sortie à 2Hz.

Comme prévu, en sortie de garnissage, le diamètre moyen est inférieur à la moyenne en amont.

En termes de gouttes filles, les mêmes tailles qu'aux fréquences précédentes sont apparues.

5.4.11 Comparaison entrée-sortie 2Hz pour chaque instant du cycle

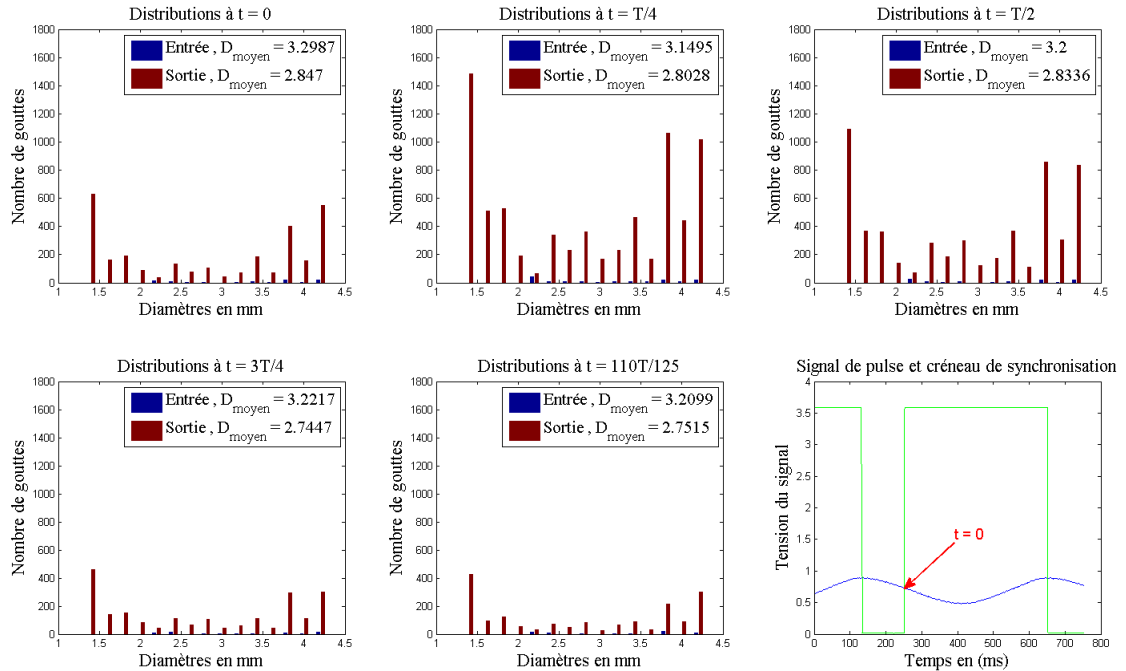


Fig. 5.43 – Comparaison des distributions de tailles à 2Hz. 420 images ont été utilisées en amont et 418 en aval.

5.4.12 Comparaison des pouvoirs dispersifs de chaque fréquence

Avant de commencer la comparaison, il convient de rappeler que la fréquence à 0,5Hz est caractérisée par l'amplitude la plus importante (environ 3,5cm) dans le fût central. Inversement la fréquence la plus élevée donne l'amplitude la plus faible (quelques mm). La fréquence intermédiaire de 1Hz produit une amplitude d'environ 1,3cm.

La première différence notable de comportement entre 0,5Hz et 1Hz concerne l'instant $t = T/2$ où l'effectif total à 1Hz est à son maximum contrairement à celui de 0,5Hz qui y atteint son niveau le plus bas. A cet instant précis du cycle, quelque soit la fréquence considérée, la pulsation a pratiquement terminé de refouler l'émulsion. Ce qui explique pour 0,5Hz que l'effectif total soit à son minimum puisque presque aucune goutte n'apparaît sur les images; l'importance de l'amplitude ayant complètement refoulé toutes les gouttes vers le haut. A 1Hz l'amplitude étant moins importante certaines gouttes restent bloquées au niveau des bord d'anneau. Cette population retardée par le garnissage présente alors une dynamique qui est décalée du cycle de pulsation normal.

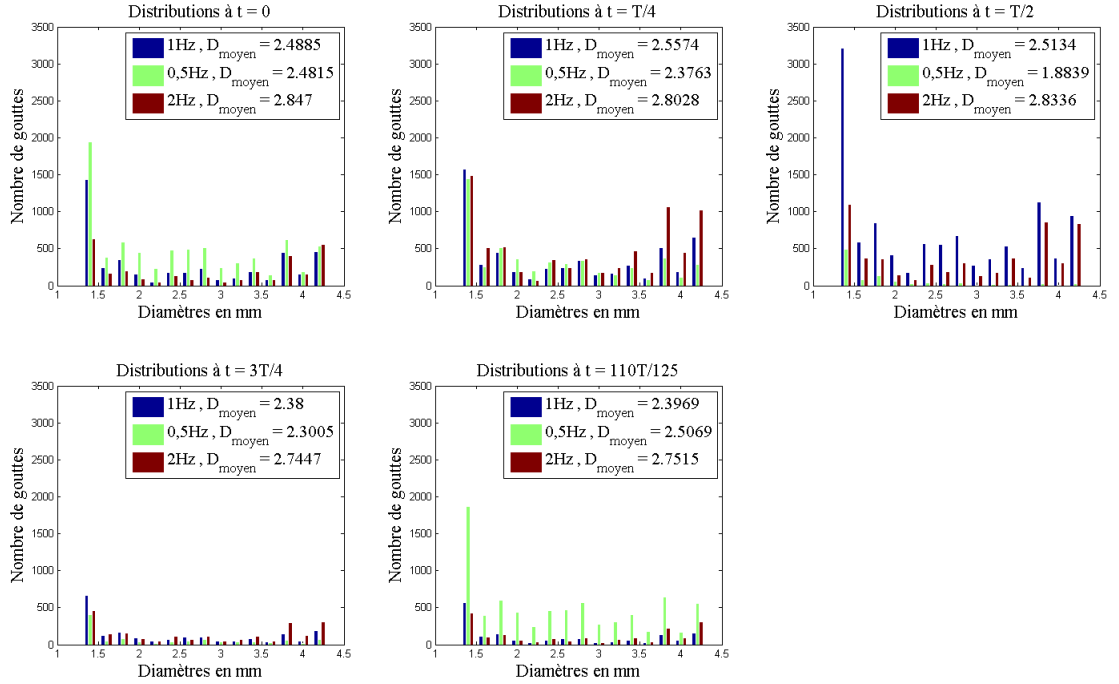


Fig. 5.44 – Comparaison des distributions de tailles en aval entre 0,5Hz et 1Hz

En termes de fragmentation, de par la distribution de tailles de gouttes en aval du garnissage, les trois fréquences présentent des caractéristiques assez proches. Dans tous les cas de nouvelles classes de gouttes sont apparues. Celles-ci sont dominées, en effectif, par la classe des plus petites gouttes. Les autres classes ont quant à elles des effectifs assez proches traduisant un mode de fragmentation produisant à la fois des grosses et des petites gouttes. Les petites gouttes allant alimenter la dernière classe. Des trois fréquences étudiées, l'écoulement à 0,5Hz est celui qui a produit les plus de gouttes filles et en particuliers celles formant les nouvelles classes de tailles millimétriques. C'est aussi à cette fréquence que le rayon moyen de la population de gouttes est le plus faible (environ **2,3mm**). Suit ensuite l'écoulement à 1Hz dont le diamètre moyen en aval est d'environ **2,5mm**. L'écoulement le moins apte à casser les plus grosses goutte est l'écoulement pulsé à 2Hz dont l'amplitude est aussi la plus faible.

Au vu de ces quelques résultats, l'amplitude de pulsation semble jouer un rôle important dans la fragmentation des plus grandes gouttes.

5.4.13 Conclusion sur les histogrammes

La fragmentation binaire n'est certainement pas le phénomène de fragmentation prédominant. La prédominance de la classe des plus petites gouttes par opposition à la relative équivalence en effectif des autres classes laisse penser que la majorité des fragmentations qui se sont produites a alimenté cette classe.

De la coalescence a été constatée à 1Hz provoquant l'augmentation de l'effectif des plus grandes classes. En outre, en raison de la fréquence modérée et de l'amplitude faible l'émulsion observée présente une dynamique décalée par rapport au cycle de pulsation. L'écoulement à

2Hz ne présente pas ces caractéristiques malgré son amplitude encore plus faible que à 1Hz. La fréquence joue donc un rôle important dans l'agitation et la dynamique de l'émulsion.

Le pouvoir dispersif est quant à lui assez lié à l'importance de l'amplitude puisque le diamètre moyen mesuré en aval est une fonction décroissante de celle-ci. Comme prévu, l'écoulement à 0,5Hz dont l'amplitude est la plus importante, a le plus fort pouvoir dispersif.

Chapitre 6

Modélisation

6.1 Présentation du modèle

Notations

Symboles romains

D	tenseur des taux de déformation moyen de l'émulsion	$\phi_c < \chi_c \mathbf{D}_c > + \phi_d < \chi_d \mathbf{D}_d >$ $= \frac{1}{2}(\nabla^t \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U})$
p_k	pression de la phase k dans l'émulsion	$< \chi_k p_k >$
P	pression globale de l'émulsion	$< \chi_c p_c > + < \chi_d p_d >^d - \frac{2\gamma A}{3}$
I	tenseur unité	
B	tenseur d'anisotropie	$< \delta_i (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n} - \mathbf{I}/3) >$
A_i	Aire interfaciale (interface par unité de volume)	$< \delta_i >$
U	vitesse moyenne de l'émulsion pondérée par les fractions volumiques	$\mathbf{U} = \phi_c \mathbf{v}_c + \phi_d \mathbf{v}_d$
V	vitesse moyenne de l'émulsion pondérée par les masses volumiques	$\mathbf{V} = (\rho_c \mathbf{v}_c + \rho_d \mathbf{v}_d)/\rho$
$\rho_k \mathbf{v}_k$	vitesse moyenne de la phase k	$< \chi_k \rho_k^o v_k^o >$
\mathbf{v}_i	vitesse de l'interface	$< \delta_i^o v_i^o >$

Symboles grecs

δ_i	fonction de Dirac telle que la quantité d'interface contenue dans un volume V est donnée par $\int_V \delta_i(\mathbf{x}, t) dV$	-	\mathbf{m}^{-1}
μ_k^0	viscosité intrinsèque de la phase k	-	$\mathbf{kg\ s^{-1}\ m^{-1}}$
μ	viscosité apparente de l'émulsion	$\frac{3/2\mu_c^0\mu_d^0 + (\phi_c\mu_d^0 + \phi_d\mu_c^0)^2}{\phi_c^2\mu_d^0 + \phi_d^2\mu_c^0}$	$\mathbf{kg\ s^{-1}\ m^{-1}}$
ρ_k^0	masse volumique intrinsèque de la phase k		$\mathbf{kg\ m^{-3}}$
ρ_k	masse volumique de la phase k dans l'émulsion	$< \chi_k \rho_k^o > = \phi_k \rho_k^0$	$\mathbf{kg\ m^{-3}}$
γ	tension interfaciale	-	$\mathbf{N\ m^{-1}}$
Σ_k	tenseur des contraintes dans la phase k	$-p\mathbf{I} + 2\mu_k^o \mathbf{D}_k^o$	\mathbf{Pa}
Σ	tenseur des contraintes de l'émulsion	$\Sigma_c + \Sigma_d + \Sigma_i$	\mathbf{Pa}
ϕ_k	fraction volumique de la phase k	$< \chi_k >$	-
Ω	tenseur des taux de rotation moyen de l'émulsion	$\frac{1}{2}(\nabla \mathbf{U} - \nabla^t \mathbf{U})$	$\mathbf{s^{-1}}$

Autres notations

- $\langle f \rangle$ moyenne d'ensemble de la grandeur f vérifiant les axiomes de Reynolds
- χ_k fonction de présence de la phase k
- $\langle \chi_k f \rangle$ moyenne de Reynolds de f sur la phase k
- $\langle \delta_i f \rangle$ moyenne interfaciale

Indices

- c désigne la phase continue
- d désigne la phase dispersée
- i désigne l'interface
- f_k^o grandeur intrinsèque à la phase k
- f_i grandeur intrinsèque à l'interface

Opérateurs

- $:$ pour deux tenseurs (R_{ij}) et (S_{ij}) la saturation est donnée par $R : S = \sum_{ij} R_{ij} S_{ij}$
- \otimes désigne le produit tensoriel
- $.$ désigne le produit scalaire

6.1.1 Modèle**Principe - Moyenne d'une équation de bilan générique**

Il s'agit d'établir la description bifluide d'un milieu diphasique. Cette phase de la modélisation se fonde sur la mise en oeuvre d'un opérateur de moyenne d'ensemble. Soit V le volume sur lequel on effectue la moyenne, l'opérateur de moyenne doit tenir compte du fait qu'une grandeur ψ_k n'est définie que dans V_k^o , volume effectivement occupé par la phase k . On définit la fonction de présence de la phase k , $\chi_k(x, t)$, valant 1 ou 0 suivant que la phase k est présente ou non. Le volume de la phase k est $vol(V_k^o) = \int_V \chi_k dV$. La moyenne de cette distribution sur l'ensemble des réalisations est égale à la fraction volumique de la phase k (Lhuillier[14]) $\phi_k = \langle \chi_k \rangle$. La moyenne d'ensemble d'une grandeur physique ψ_k^o intrinsèque à la phase k est définie par : $\langle \chi_k \psi_k^o \rangle$. On a ainsi : $\rho_k = \langle \chi_k \rho_k^o \rangle$, $\rho_k \mathbf{v}_k = \langle \chi_k \rho_k^o \mathbf{v}_k^o \rangle$ et l'application de l'opérateur de moyenne d'ensemble à l'équation de bilan de la grandeur générique ψ_k^o conduit alors à l'expression suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \psi_k) + \text{div}[\rho_k \psi_k \mathbf{v}_k + \mathbf{J}] = S_i \quad (6.1)$$

$\rho_k \psi_k \mathbf{v}_k$ est la densité de flux convectif, $\mathbf{J}(\rho_k \psi_k)$ la densité de flux moléculaire, $S_i(\rho_k \psi_k) = - \langle \delta_i[\rho_k^o \psi_k^o(\mathbf{v}_k^o - \mathbf{v}_i) + J(\rho_k^o \psi_k^o)] \mathbf{n}_k \rangle$ la source interfaciale.

Conservation de la masse - Pondération volumique

On se place dans le cadre de milieux incompressibles ($\rho^o = \text{cste}$), en l'absence de production/adsorption de masse aux interfaces. Soit $\phi_k = \rho_k / \rho_k^o$ la fraction volumique.

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial t} + \text{div}(\phi_k \mathbf{v}_k) = 0 \quad (6.2)$$

Par sommation sur les pseudo phases, on fait apparaître la vitesse du mélange pondérée par les volumes, $\mathbf{U} = \sum_k \phi_k \mathbf{v}_k$. Dans ce cas on a :

$$\text{div } \mathbf{U} = 0 \quad (6.3)$$

Une autre pondération apparaît dans l'équation de quantité de mouvement, il s'agit de pondération barycentrique : $\rho \mathbf{V} = \sum_k \rho_k \mathbf{v}_k$.

Conservation de la quantité de mouvement

Contrairement au transport de masse où, en raison de la diffusion, il faut distinguer les espèces, il suffit, pour la quantité de mouvement, d'en donner une formulation par pseudo-phase :

$$\frac{\partial \rho_k \mathbf{v}_k}{\partial t} + \text{div}(\rho_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k - \mathbf{\Sigma}_k) = S_i(\rho_k \mathbf{v}_k) \quad (6.4)$$

$$\text{où } \rho_k \mathbf{v}_k = \langle \chi_k \rho_k^o \mathbf{v}_k^o \rangle, \quad \mathbf{\Sigma}_k = \langle \chi_k \mathbf{\Sigma}_k^o \rangle, \quad S_i(\rho_k \mathbf{v}_k) = \langle \delta_i \mathbf{\Sigma}_k^o \cdot \mathbf{n}_k \rangle$$

Le bilan de quantité de mouvement d'un mélange à deux phases est obtenu par sommation des bilans phasiques :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \text{div}(\rho_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k) = \text{div}(\mathbf{\Sigma}_m + \mathbf{\Sigma}_i) \quad (6.5)$$

$$\text{où } \mathbf{\Sigma}_m = \mathbf{\Sigma}_1 + \mathbf{\Sigma}_2$$

Calcul des moyennes interfaciales

Dans une première étape, l'opérateur de moyenne interfaciale est transformé pour faire apparaître la moyenne sur les interfaces proprement dites. En considérant l'exemple de la moyenne de la vitesse interfaciale \mathbf{v}_i , cela revient à admettre que, à l'échelle du volume V sur lequel la moyenne est calculée, cette vitesse est indépendante de l'inclusion et peut donc être calculée sur une inclusion-test et notée \mathbf{v}_i :

$$\langle \delta_i \mathbf{v}_i^0 \rangle = \int_V \delta_i \mathbf{v}_i^0 dV = \int_V \delta_i \left(\frac{1}{A_i} \int_{A_i} \mathbf{v}_i^0 dA \right) dV = \mathbf{v}_i A_i \quad (6.6)$$

Equations de bilan interfaciale

La modélisation d'une émulsion fait naturellement intervenir plusieurs grandeurs représentatives des interfaces et de leurs évolutions : aire interfaciale volumique, tenseur d'anisotropie interfaciale. L'aire interfaciale volumique est définie à partir de la fonction de présence de phase χ_k qui est transportée à la vitesse interfaciale \mathbf{v}_i (Drew [18]) :

$$\frac{\partial \chi_k}{\partial t} + \nabla \chi_k \cdot \mathbf{v}_i = 0 \quad (6.7)$$

On définit l'aire interfaciale volumique A comme : $A = \langle \delta_i \rangle$ où δ_i est la fonction caractéristique de densité d'interface c.a.d telle que l'aire des interfaces contenue dans un volume V pour une réalisation soit donnée par $\int_V \delta_i(x, t) dV$.

$$\frac{\partial A_i}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_i A_i) = \frac{2}{3} A_i \text{div } \mathbf{v}_i - \mathbf{B}_i : \mathbf{D}_i \quad (6.8)$$

La vitesse interfaciale est donnée par $\mathbf{v}_i = \frac{1}{A_i} \langle \delta_i^o \mathbf{v}_i^o \rangle$

Il vient alors selon LHUILLIER :

$$\frac{\partial A_i}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_i A_i) = \text{div}(\mathbf{v}_i A_i) - \mathbf{A}_i : \nabla \mathbf{v}_i \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}_i}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{A}_i \mathbf{v}_i) = \langle \delta_i \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \rangle : \nabla \mathbf{v}_i + \text{div} \mathbf{v}_i \mathbf{A}_i - \mathbf{A}_i \cdot {}^t \nabla \mathbf{v}_i - \nabla \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{A}_i \quad (6.10)$$

Fermeture

Ensuite, il faut proposer une fermeture pour le tenseur $\langle \delta_i \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \rangle$. LHUILLIER mentionne deux sources respectivement adaptées aux fortes et aux faibles anisotropies :

$$\langle \delta_i \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \rangle = B_{ij}^i B_{kl}^i / B_j \quad (6.11)$$

de DOI et OHTA [20].

$$\langle \delta_i \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \mathbf{n} \rangle = -\frac{A_i}{35}(\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \frac{1}{7}(\delta_{ij}B_{kl}^i + \delta_{ik}B_{jl}^i + \delta_{il}B_{jk}^i + \delta_{jk}B_{il}^i + \delta_{jl}B_{ik}^i + \delta_{kl}B_{ij}^i) \quad (6.12)$$

de HAND[30].

Plutôt que le gradient de vitesse, il est préférable, dans la perspective de l'élaboration d'un modèle, de faire figurer la déformation \mathbf{D}_i^0 et la rotation $\mathbf{\Omega}_i^0$:

$$\langle \nabla \mathbf{v}_i^0 \rangle = \frac{1}{3} \langle \text{div} \mathbf{v}_i \rangle \mathbf{I} + \langle \mathbf{D}_i^0 \rangle + \langle \mathbf{\Omega}_i^0 \rangle$$

soit encore :

$$\nabla \mathbf{v}_i = \frac{1}{3} \text{div} \mathbf{v}_i \mathbf{I} + \mathbf{D}_i + \mathbf{\Omega}_i \quad (6.13)$$

Pour la même raison, le tenseur d'aire interfaciale \mathbf{A}_i est remplacé par le tenseur d'anisotropie \mathbf{B}_i . En retenant la fermeture (6.12) les équations (6.9) et (6.10) deviennent alors :

$$\frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}_i \mathbf{B}_i) + \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{\Omega}_i - \mathbf{\Omega}_i \cdot \mathbf{B}_i = \frac{2}{3} \mathbf{B}_i \text{div} \mathbf{v}_i - \frac{8}{15} A_i \mathbf{D}_i - \frac{5}{7} [\mathbf{B}_i \cdot \mathbf{D}_i + \mathbf{D}_i \cdot \mathbf{B}_i - \frac{2}{3} (\mathbf{B}_i : \mathbf{D}_i) \mathbf{I}] \quad (6.14)$$

Extrapolations

Dans l'état actuel des connaissances, la modélisation des termes inconnues \vec{v}_i , $\text{div} \mathbf{v}_i$, \mathbf{D}_i et $\mathbf{\Omega}_i$ s'appuie sur les résultats connus pour les faibles anisotropies, les grandes dilutions et en l'absence de changement de phase. LHUILLIER s'attache à proposer des expressions valables dans la limite où une des deux phases devient la phase dispersée (indice d) et voit sa fraction volumique tendre vers zéro. Partant de cette formulation limite où chaque phase joue un rôle déterminé, il s'agit de proposer des relations constitutives, aussi simple que possible, permettant de récupérer les deux limites.

Considérons comme exemple la moyenne de la vitesse interfaciale : \mathbf{v}_i . Puisqu'il s'agit d'une vitesse absolue, et dans le cas d'une grande dilution, on peut raisonnablement penser qu'elle est sensiblement égale à la vitesse de la phase dispersée : $\vec{v}_i \simeq \mathbf{v}_d$. Une expression permettant d'obtenir une valeur correcte, quelle que soit la phase dispersée, pourrait être : $\mathbf{v}_i = \mathbf{U} + (\phi_1 - \phi_2)(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) = \phi_1 \mathbf{v}_2 + \phi_2 \mathbf{v}_1$. En effet lorsque $\phi_2 \rightarrow 0$ (resp. $\phi_1 \rightarrow 0$) et $\phi_1 \rightarrow 1$ (resp. $\phi_2 \rightarrow 1$), la phase 2 (resp. la phase 1) est la phase dispersée et on obtient bien : $\mathbf{v}_i \rightarrow \mathbf{v}_2$ (resp. $\mathbf{v}_i \rightarrow \mathbf{v}_1$). C'est en se fondant sur des arguments de cette nature que LHUILLIER propose des lois de fermeture de la forme suivante :

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{U} + G(\phi)(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1), \quad (6.15)$$

$$\text{div} \mathbf{v}_i = \text{div} \mathbf{U} + F(\phi)(\text{div} \mathbf{v}_2 - \text{div} \mathbf{v}_1), \quad (6.16)$$

$$\mathbf{D}_i = \mathbf{D} + H(\phi)(\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1), \quad (6.17)$$

$$\mathbf{\Omega}_i = \mathbf{\Omega}, \quad (6.18)$$

où $\nabla U = \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{U} \mathbf{I} + \mathbf{D} + \mathbf{\Omega}$.

Pour respecter les deux cas de grande dilution, les fonctions F , G , et H tendent vers ϕ_1 lorsque $\phi_2 \rightarrow 0$ et vers $-\phi_2$ lorsque $\phi_2 \rightarrow 1$. Dès lors, la transition entre les deux cas extrêmes est assurée mais les fonctions F , G et H restent à préciser, ainsi que certaines des grandeurs qui apparaissent aux seconds membres.

Fragmentation et coalescence

La modélisation de ces deux phénomènes est loin d'avoir atteint le niveau de finesse du reste de la description et les propositions actuelles se fondent encore sur des arguments dimensionnels.

Une observation s'impose. Plaçons nous dans le cas où les phases ont des masses volumiques constantes et en l'absence de réaction chimique aux interfaces. Dès lors, $\operatorname{div} \mathbf{v}_k = 0$ et $\operatorname{div} \mathbf{U} = 0$. Si de plus $\vec{v}_1 \simeq \mathbf{v}_2$ alors le bilan d'aire interfaciale se réduit à :

$$\frac{\partial A_i}{\partial t} = - \left\{ \left[1 + H(\phi_2) \frac{\mu_1^o - \mu_2^o}{\mu} \right] \mathbf{D} + \frac{\gamma H^2(\phi_2)}{2\mu\phi_1 - \phi_2} \mathbf{B} \right\} : \mathbf{B} \quad (6.19)$$

expression qui montre que, en l'absence d'anisotropie ($\mathbf{B} = 0$) l'aire interfaciale cesse d'évoluer, ce qui ne convient que dans le cas incompressible et pour une déformation élastique, la déformation disparaissant l'aire interfaciale retrouve son niveau initial le processus étant réversible. La fragmentation est une transformation irréversible (en l'absence de coalescence). Il est donc nécessaire pour en tenir compte d'introduire un terme source supplémentaire. On peut naturellement se demander si la fragmentation et la coalescence ne sont pas intrinsèquement associée à une anisotropie résultant de la déformation moyenne et que, en l'absence de sédimentation, le cas $B_i = 0$ ne se produit pas. D. LHUILLIER [15] choisit de forcer les bons comportements en ajoutant les sources ad hoc. La fragmentation et la coalescence agissent à première vue sur la concentration volumique. Il est donc naturel de commencer par s'intéresser à l'équation de bilan du nombre d'inclusions par unité de volume en y ajoutant les sources dues à la fragmentation et à la coalescence en incompressible pour des inclusions sphériques et monodisperses :

$$\frac{dn_d}{dt} = \frac{\partial n_d}{\partial t} = 3 \left(\eta_F \frac{n_d}{\tau_F} - \eta_C \frac{n_d}{\tau_C} \right) \quad \text{où } A_{If}^2 = 4\pi n_d (3\phi_d)^2. \quad (6.20)$$

où τ_F et τ_C sont deux temps caractéristiques tandis que η_F et η_C sont des efficacités ; le facteur 3 étant là par commodité. La fragmentation est un phénomène qui concerne chaque inclusion indépendamment de ses voisines et on peut donc penser que son temps caractéristique τ_F soit indépendant de la fraction volumique. En revanche, la coalescence fait intervenir deux inclusions et on peut imaginer que son temps caractéristique soit inversement proportionnel à l'aire interfaciale volumique, exprimant ainsi que plus les inclusions sont serrées plus elles coalescent vite : $1/\tau_C = V_C A_i$ où V_C est une vitesse caractéristique de coalescence. Il en résulte que les deux sources s'écrivent respectivement $\eta_F A_i / \tau_F$ et $-\eta_C V_C A_i^2$

Récapitulatif

Le modèle s'écrit donc ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div}(\mathbf{U}) = 0 \\ \frac{\partial \phi_d}{\partial t} + \operatorname{div}(\phi_d \mathbf{v}_d) = 0 \\ \rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \operatorname{div}(\boldsymbol{\Sigma}) - \operatorname{div} \left(\frac{\rho_c \rho_d}{\rho_c + \rho_d} (\mathbf{v}_d - \mathbf{v}_c) \otimes (\mathbf{v}_d - \mathbf{v}_c) \right) \\ \frac{dA}{dt} = - \underbrace{\left(1 + H(\phi_d) \frac{(\mu_c^o - \mu_d^o)}{\mu} \right) \mathbf{B} : \mathbf{D}}_{\text{étirement}} - \underbrace{\left(\frac{\gamma H^2(\phi_d)}{2\mu\phi_c\phi_d} \right) \mathbf{B} : \mathbf{B}}_{\text{Retour à l'isotropie}} - V_{coa} P_{coa} A^2 + \nu_{fr} P_{fr} A \\ \frac{d\mathbf{B}}{dt} + \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}\mathbf{B} = -\frac{8}{15} A \left(\left(1 + H(\phi_d) \frac{(\mu_c^o - \mu_d^o)}{\mu} \right) \mathbf{D} + \frac{\gamma H^2(\phi_d)}{2\mu\phi_c\phi_d} \mathbf{B} \right) \end{array} \right. \quad (6.21)$$

où

$$\boldsymbol{\Sigma} = -P\mathbf{I} + 2 \left(\phi_c \mu_c^0 + \phi_d \mu_d^0 \right) \mathbf{D} + \underbrace{2\phi_c \phi_d (\mu_d^0 - \mu_c^0) (\mathbf{D}_c - \mathbf{D}_d)}_{\text{Frottement interfacial}} - \gamma \mathbf{B}$$

$$H(\phi_d) = (\phi_c - \phi_d)$$

$$\mathbf{D}_c - \mathbf{D}_d = \frac{(\mu_c^o - \mu_d^o)}{\mu} \mathbf{D} + \frac{\gamma H^2(\phi_d)}{2\mu\phi_c\phi_d} \mathbf{B}$$

D'après LHUILLIER [16]

$$\mu = \frac{3/2\mu_c^o\mu_d^o + (\phi_c\mu_d^o + \phi_d\mu_c^o)^2}{\phi_c^2\mu_d^o + \phi_d^2\mu_c^o}$$

L'équation du modèle qui nous intéresse principalement est la troisième équation de (6.21). Elle traduit l'évolution de la densité d'aire interfaciale à partir des phénomènes principaux qui sont :

- la déformation des gouttes que ce soit par étirement ou cisaillement, conséquence des gradients de vitesse de la phase continue. La déformation des gouttes est quantifiée par le tenseur d'anisotropie \mathbf{B} qui sera présenté plus loin.
- le retour à l'isotropie que l'on peut décrire comme le phénomène de retour d'une goutte à sa forme initiale d'équilibre après une déformation. Ce phénomène est étroitement lié à la tension interfaciale. Les deux premiers phénomènes sont donc en compétition.
- la fragmentation qui est source de création d'aire interfaciale.
- et la coalescence qui, au contraire réduit l'aire interfaciale du système.
- et le transport par la vitesse moyenne de l'émulsion \mathbf{U}

6.1.2 Cas des faibles anisotropies et principe de réversibilité

On considère dans un premier temps le cas où les déformations imposées à l'émulsion sont suffisamment faibles pour ne pas générer de fragmentation. En outre, on considère l'émulsion suffisamment diluée pour qu'il n'y ait pas de coalescence. On pose

$$C_a = - \left(1 + H(\phi_d) \frac{(\mu_c^o - \mu_d^o)}{\mu} \right) \quad \text{et} \quad C_b = \left(\frac{\gamma H^2(\phi_d)}{2\mu\phi_c\phi_d} \right)$$

En guise de première approche, on suppose que la quantité $\frac{d\mathbf{B}}{dt} + \mathbf{B}\mathbf{\Omega} + \mathbf{\Omega}\mathbf{B}$ est nulle. Ce qui permet de négliger les effets de transport et de rotation sur le tenseur d'anisotropie. L'équation d'aire interfaciale volumique et l'équation d'anisotropie se simplifient :

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = -C_a \mathbf{B} : \mathbf{D} - C_b \mathbf{B} : \mathbf{B} - V_{coa} P_{coa} A^2 + \nu_{fr} P_{fr} A \\ 0 = -\frac{8}{15} A (C_a \mathbf{D} + C_b \mathbf{B}) \end{cases} \quad (6.22)$$

Le tenseur d'anisotropie s'aligne alors sur le tenseur des taux de déformation :

$$\mathbf{B} = -\frac{C_a}{C_b} \mathbf{D} \quad (6.23)$$

L'utilisation de la relation (6.23) pour exprimer le tenseur d'anisotropie dans (6.22) équilibre les termes d'étirement et de retour à l'isotropie qui s'annulent mutuellement. Le concept de réversibilité des faibles déformations est alors naturellement introduit dans le modèle. Ainsi seuls le transport et les termes source de l'équation peuvent permettre une modification du niveau d'aire interfaciale volumique.

Le modèle sous sa forme simplifiée donnée par (6.22) est la version que l'on a appelée B0 mais aussi celle que l'on a implémentée et testée dans les travaux qui vont être présentés par la suite.

Comportements requis.

En l'absence d'anisotropie ($\mathbf{B} = \mathbf{0}$), il ne doit pas y avoir de fragmentation et l'aire interfaciale doit rester stable.

Lorsque la déformation imposée à l'émulsion cesse, en l'absence de fragmentation et de coalescence, le niveau d'aire interfaciale doit revenir à sa valeur initiale (réversibilité de la déformation de l'émulsion). Tel qu'il est écrit le modèle ne peut conduire à une fragmentation basée sur l'étirement. Tout étirement conduisant à une augmentation de l'aire interfaciale est immédiatement effacé par le retour à l'isotropie piloté par les effets de tension interfaciale. Pour voir une augmentation persistante de l'aire interfaciale, durant la déformation, on est conduit à introduire un décalage entre l'étirement et le retour à l'isotropie.

Pour contourner l'équilibre permanent entre étirement et retour à l'isotropie et permettre ainsi le déroulement de la fragmentation, on décompose l'équation de transport de l'aire interfaciale en plusieurs phases au cours d'un pas de temps. On isole ainsi une première phase d'étirement qui est ensuite suivie par une phase de fragmentation si les conditions sont réunies pour fragmenter. Suit une étape de retour à l'isotropie et enfin la phase de transport. La coalescence (non modélisée pour l'instant) est regroupée avec la phase de fragmentation.

L'équation d'aire interfaciale, discrétisée en temps, s'écrit (Δt étant le pas de temps) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Etirement} \\ \frac{1}{\Delta t} (A^{n+1/4} - A^n) = -C_a \mathbf{B} : \mathbf{D} \\ \\ \text{Fragmentation et coalescence} \\ \frac{1}{\Delta t} (A^{n+1/2} - A^{n+1/4}) = -V_{coa} P_{coa} (A^2)^m + \nu_{fr} P_{fr} A^m \quad (m=n+1/4 \text{ ou } m=n+1/2.) \\ \\ \text{Retour à l'isotropie} \\ \frac{1}{\Delta t} (A^{n+3/4} - A^{n+1/2}) = C_b \mathbf{B} : \mathbf{B} \\ \\ \text{Transport} \\ \frac{1}{\Delta t} (A^{n+1} - A^{n+3/4}) + \mathbf{U} \nabla A^{n+1} = 0 \end{array} \right.$$

La somme des quatres équations précédentes redonne l'équation d'aire interfaciale de départ. Cette forme met clairement en évidence le processus d'étirement préalable à la fragmentation. Il est important de souligner que pour s'affranchir de la valeur de Δt , le seuil de fragmentation implémenté est indépendant de celui-ci. La mise en oeuvre de ce "*splitting*" d'opérateurs occasionne par ailleurs une perte de précision sur la résolution en temps, le schéma de résolution passant alors de l'ordre deux à l'ordre un. Dans la version du modèle qui a été implémentée ce "*splitting*" fait partie de la boucle de résolution et de ce fait occasionne cette perte de précision en temps. Il est toutefois possible de maintenir l'ordre deux du schéma en excluant le "*splitting*" de la boucle principale de résolution pour l'insérer sur une boucle dérivée où il serait alors exploité afin d'obtenir une évaluation de l'étirement pour déclencher la fragmentation lorsque cela est nécessaire sans autre influence sur le déroulement du calcul.

6.2 Nombres adimensionnels

Cette partie de l'exposé introduit assez brièvement les divers nombres adimensionnels que l'on manipule dans les problèmes impliquant une émulsion. Il s'agit d'indiquer quels phénomènes physiques sont comparés à travers ces nombres. Pour plus de détails sur leur établissement le lecteur est invité à consulter la référence [3].

Rappelons juste que les phénomènes de rupture et de coalescence qui nous intéressent sont intimement liés à l'interface entre les deux phase en présence dans le système. Cette interface est régie par une relation de saut¹ que l'on écrit :

$$(p_d - p_c + 2\gamma H) \mathbf{n}_d = 2(\mu_d \mathbf{D}_d - \mu_c \mathbf{D}_c) \cdot \mathbf{n}_d \quad (6.24)$$

p_d et p_c sont les termes de pression respectivement liés à la phase dispersée et la phase continue. γ est le coefficient de tension superficielle supposé constant.

H la courbure moyenne.

¹sur les contraintes

\mathbf{n}_d la normale extérieure à la goutte.

μ_d et μ_c les viscosités dynamique respectivement liés à la phase dispersée et la phase continue.

Puis \mathbf{D}_d et \mathbf{D}_c les tenseurs taux de déformation de chaque phase.

Nous allons maintenant adimensionner l'équation (6.24). Pour ce faire quelques échelles vont être introduites au fur et à mesure des besoins.

La version adimensionnée de la courbure moyenne \bar{H} est donnée par :

$$H = \frac{1}{r_0} \bar{H}$$

r_0 étant une échelle de longueur liée au rayon de la goutte.

Le tenseur taux de déformation peut être écrit :

$$\mathbf{D}_i = \frac{1}{2} ((\nabla v_i) + {}^t(\nabla v_i)) \quad (6.25)$$

Les vitesses de chaque phase étant égales à l'interface prenons V_0 comme échelle de vitesse commune telle que $v_i = V_0 \bar{v}_i$. Dans ce cas la forme adimensionnée de (6.25) est² :

$$\mathbf{D}_i = \frac{V_0}{2r_0} ((\nabla \bar{v}_i) + {}^t(\nabla \bar{v}_i))$$

Pour ce qui est de la pression [3] donne :

$$p_i = p_0 + (\delta p_i) \bar{p}_i$$

Avec p_0 une pression de référence commune aux deux phases.

L'injection des différentes échelles dans l'équation à l'interface donne alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left((\delta p_d) \bar{p}_d - (\delta p_c) \bar{p}_c + 2 \frac{\gamma}{r_0} \bar{H} \right) \mathbf{n}_d = \left(\frac{\mu_d V_0^d}{r_0} ((\nabla \bar{v}_d) + {}^t(\nabla \bar{v}_d)) \right) \cdot \mathbf{n}_d \\ - \left(\frac{\mu_c V_0^c}{r_0} ((\nabla \bar{v}_c) + {}^t(\nabla \bar{v}_c)) \right) \cdot \mathbf{n}_d \end{array} \right. \quad (6.26)$$

La division de (6.26) par ρV_0^2 donne l'équation adimensionnée³ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{(\delta p_d)}{\rho V_0^2} \bar{p}_d - \frac{(\delta p_c)}{\rho V_0^2} \bar{p}_c + \frac{2\gamma}{\rho V_0^2 r_0} \bar{H} \right) \mathbf{n}_d = \left(\frac{\mu_d}{\rho V_0 r_0} ((\nabla \bar{v}_d) + {}^t(\nabla \bar{v}_d)) \right) \cdot \mathbf{n}_d \\ - \left(\frac{\mu_c}{\rho V_0 r_0} ((\nabla \bar{v}_c) + {}^t(\nabla \bar{v}_c)) \right) \cdot \mathbf{n}_d \end{array} \right. \quad (6.27)$$

Que l'on peut encore écrire⁴ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(Eu_d \bar{p}_d - Eu_c \bar{p}_c + \frac{2}{We} \bar{H} \right) \mathbf{n}_d = \left(\frac{1}{Re_d} ((\nabla \bar{v}_d) + {}^t(\nabla \bar{v}_d)) \right) \cdot \mathbf{n}_d \\ - \left(\frac{1}{Re_c} ((\nabla \bar{v}_c) + {}^t(\nabla \bar{v}_c)) \right) \cdot \mathbf{n}_d \end{array} \right. \quad (6.28)$$

Ainsi apparaissent deux nombres adimensionnels :

²les opérateur gradient sont aussi adimensionnés

³ ρ est une masse volumique moyenne introduite à titre dimensionnel

⁴en notant Eu le nombre d'EULER

- le nombre de WEBER :

$$We = \frac{\rho V_0^2 r_0}{\gamma}$$

Ce nombre permet de comparer les effets des contraintes inertielles et ceux de la tension interfaciale.

- Et l'inverse du nombre de REYNOLDS qui est en fait une combinaison du nombre de WEBER et du nombre Capillaire :

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\rho V_0 r_0}{\mu} \\ &= \frac{\rho V_0^2 r_0}{\mu V_0} \\ &= \frac{\rho V_0^2 r_0}{\gamma} \frac{\gamma}{\mu V_0} \\ &= \frac{We}{Ca} \end{aligned}$$

Le nombre **capillaire** Ca compare les effets des contraintes visqueuses à ceux de la tension interfaciale.

$$Ca = \frac{(\mu v)}{\gamma}$$

Nombre Capillaire et nombre de WEBER sont abondamment utilisés dans les problèmes d'émulsions pour définir des seuils au delà desquels il y a apparition de rupture. Ils sont aussi employés pour retrouver des limites de diamètres stables pour les gouttes. Certains auteurs comme GRACE [37] ont dressé des courbes de capillaires critiques qui encore aujourd'hui servent de référence pour la prévision de rupture de goutte (unique).

Le choix du nombre adimensionnel à utiliser est régi par la nature de l'écoulement étudié (prédominance des effets inertiels ou des effets visqueux). La carte de régime qui suit va apporter les éléments nécessaires à ce choix.

6.3 Carte de valeurs des nombres adimensionnels

Pour établir la carte de valeurs des nombres adimensionnels un certain nombre d'échelles est requis. Ces échelles sont :

- une échelle de vitesse que nous appellerons V_0 qui sera bornée par le minimum et le maximum des normes de vitesse rencontrées sur l'ensemble des conditions d'étude. En valeur absolues cette échelle s'étend sur $[0; 0, 20]$ m.s⁻¹.
- une échelle de longueur notée r_0 qui est bornée par les dimensions extrêmes de la colonne. Cet intervalle englobe aussi les tailles extrêmes des gouttes rencontrées. L'intervalle s'étend sur $[0, 0003; 0, 05]$ m.
- une viscosité dynamique qui sera prise égale à celle de la phase continue, $\mu = 1, 26.10^{-3}$ Pa.s.
- une tension interfaciale prise à la valeur de celle du système de phase, $\sigma = 43.10^{-3}$ N.m⁻¹.
- une densité qui est celle de la phase continue $\rho = 760$ Kg.m⁻³.

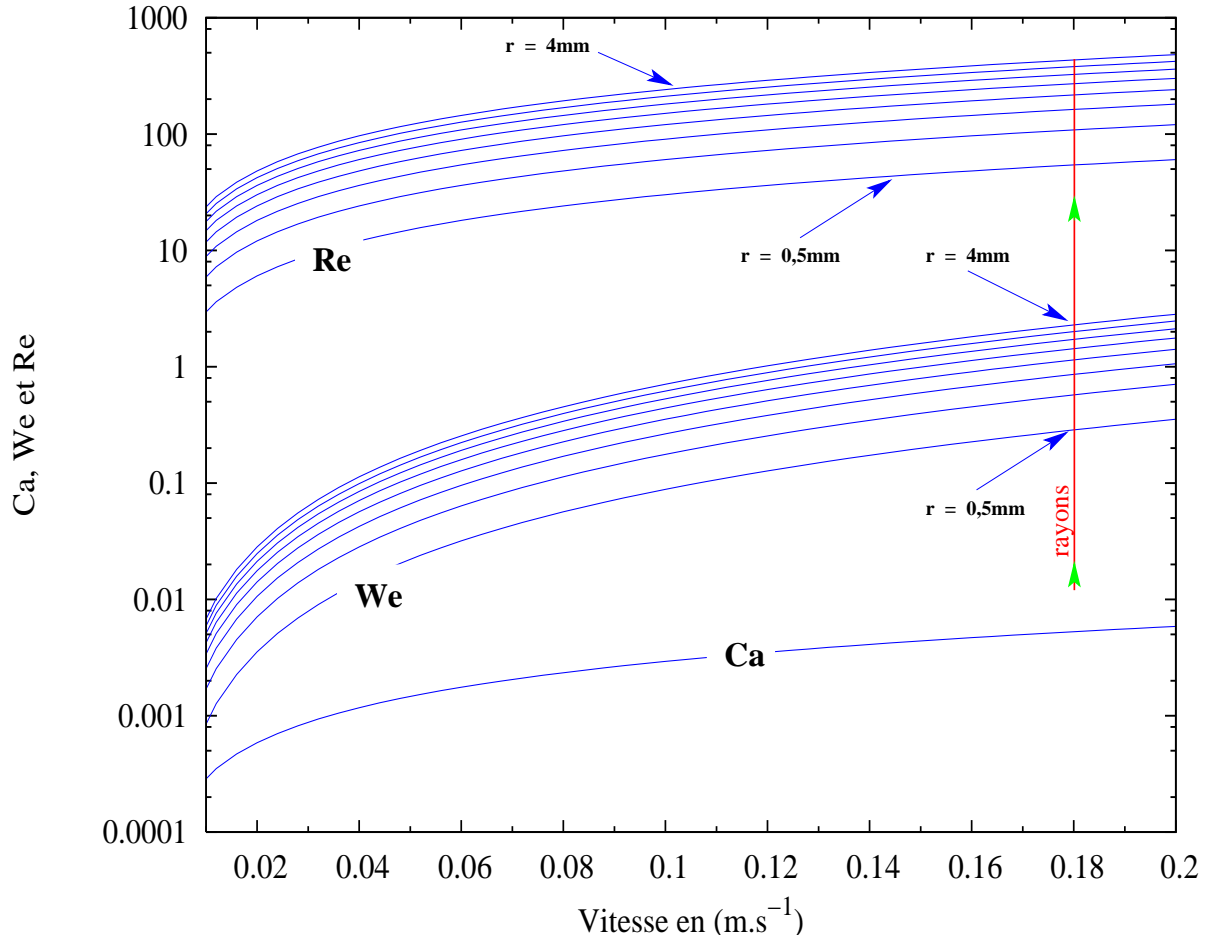


Fig. 6.1 – carte de valeurs des nombres adimensionnels

Le nombre de REYNOLDS reste inférieur à 1000. Le nombre de WEBER n'excède pas 3 dans l'intervalle des vitesses et des rayons étudiés. Le nombre capillaire est inférieur au nombre de WEBER de plusieurs ordres de grandeur.

6.4 Pré-validation par la littérature

La première étape de calibration concerne la capacité du modèle à reproduire le niveau d'étirement d'une émulsion subissant les effets d'un écoulement simple et connu. Dans le cas présent nous reprenons les résultats expérimentaux de GODBILLE qui a étudié la déformation de gouttes traversant l'axe d'un convergent-divergent. L'étude se limitera à la partie Newtonienne des ces expérimentations. Les fluides utilisés sont décrits dans le tableau (6.1). Le calcul présenté reprend les résultats concernant le premier système de phase du tableau.

6.4.1 Montage expérimental

Géométrie

Le convergent-divergent utilisé par GODBILLE a la particularité d'avoir des parois planes d'une épaisseur constante (suivant y) de 50mm. Les gouttes étudiées, d'un diamètre moyen de l'ordre du millimètre, sont injectées à 35mm du col du convergent qui est ensuite prolongé par un canal plan de 3,2mm de large. L'injection est faite sur la ligne centrale du dispositif où l'écoulement est de nature élongationnelle. En dehors de cette ligne élongations et cisaillements coexistent ; ces derniers devenant plus intense au fur et à mesure que la goutte s'approche de la paroi.

6.4.2 Fluides et caractéristiques physiques

Seule la partie newtonnienne de l'étude de GODBILLE sera retenue. Les caractéristiques physiques des fluides utilisés sont résumées dans le tableau 6.1.

Tab. 6.1 – Propriétés physiques des fluides

Système	Fluide 1	Fluide 2	Viscosité	Tension Interfaciale
1	Petrofin 100	-	52 Pa.s.	3 mNm ⁻¹
1	-	PDMS 60	60 Pa.s.	- mNm ⁻¹
2	Sirop de glucose	-	200 Pa.s.	15 mNm ⁻¹
2	-	PDMS 60	60 Pa.s.	15 mNm ⁻¹

6.4.3 Conditions opératoires

La conservation du débit et les données de la figure(6.2) permettent de retrouver la vitesse d'entrée qui s'élève à $0,412mm.s^{-1}$ soit un débit d'environ $5l/h$.

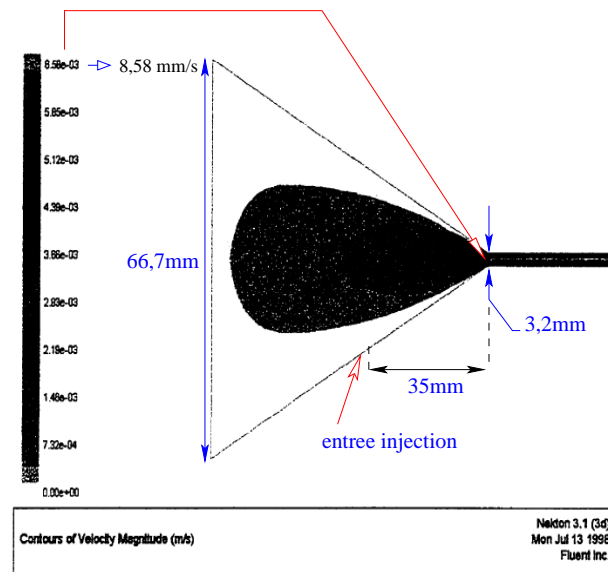


Fig. 6.2 – Évolution de la norme de la vitesse. Le maximum de vitesse est atteint en entrée du canal, là où la section est la plus petite. [12]

6.4.4 Calcul

Le calcul de transport d'aire interfaciale volumique requiert au préalable le calcul du champ de vitesse et du transport de la fraction volumique. Ces calculs ne seront pas repris ici, l'accent sera mis sur le transport d'aire interfaciale volumique et en particuliers sur les effets d'étirement et de fragmentation.

Convergence en temps

Plusieurs pas de temps ont été testés pour le calcul du transport de A. Chaque calcul est réalisé jusqu'à un temps physique de 144s.

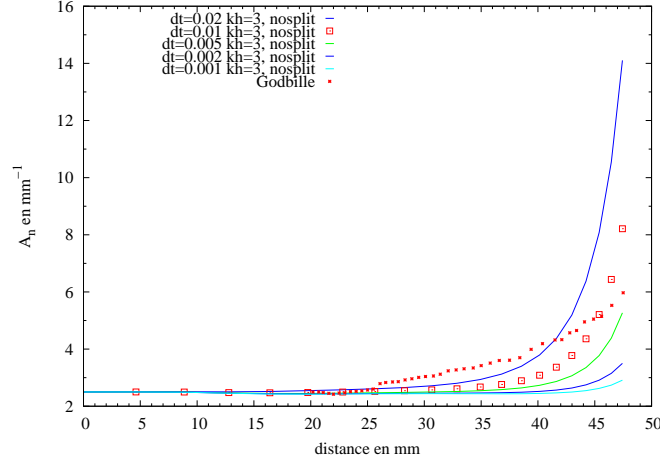


Fig. 6.3 – Evolutions de l’aire interfaciale volumique calculée avec le modèle et mesurée par GODBILLE[12] sur l’axe central de la géométrie en fonction du pas de temps choisi. La valeur atteinte au bout d’un temps $t = 144s$ se stabilise, après diminution progressive du pas de temps, à partir de $dt = 0,005s$ que nous prendrons dorénavant comme référence pour les calculs d’aire interfaciale volumique.

La figure (6.3) met en évidence une stabilisation du niveau atteint par l’aire interfaciale volumique à partir d’un pas de temps $dt = 0,005s$.

Ajustement du coefficient KH

Le coefficient KH est le seul coefficient qu’il faille ajuster. Il s’agit du coefficient qui pondère la différence de fraction volumique notée H dans le modèle. Cette grandeur intervient dans la relation suivante (6.1.2) :

$$C_a = - \left(1 + H(\phi_d) \frac{(\mu_c^o - \mu_d^o)}{\mu} \right) \quad (6.29)$$

Les calculs ont été réalisés avec un pas de temps de 5ms pour s’assurer de la convergence temporelle.

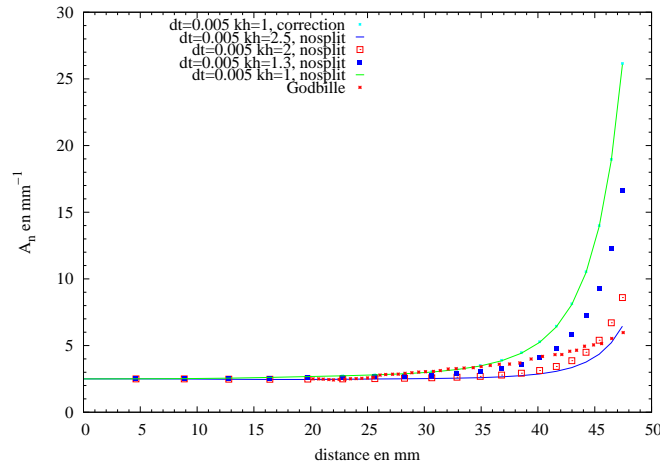


Fig. 6.4 – Evolution de l’aire interfaciale volumique calculée avec le modèle et mesurée par GODBILLE[12] sur l’axe central de la géométrie en fonction de la valeur de KH. L’évolution obtenue avec le coefficient KH = 1 est la plus proche de la courbe expérimentale de GODBILLE. Au delà de 35mm de l’entrée du convergent le modèle sur-estime l’aire interfaciale volumique.

Le coefficient $KH = 1$ donne l’évolution d’aire interfaciale volumique la plus proche des mesures de GODBILLE au moins sur la partie de la courbe précédant le point d’abscisse 35mm que nous appellerons ”point de séparation”. Un calcul avec activation du ”splitting” a été effectué en reprenant les paramètres $dt = 0.005$ s et $KH = 1$. La superposition des résultats avec le calcul sans ”splitting” confirme bien l’absence d’influence du splitting sur les résultats obtenus dans un cas sans fragmentation.

Le décalage qui se produit ensuite entre le calcul et l’expérimentation est certainement dû au fait que l’on sorte de l’intervalle dit ”de linéarité” à l’intérieur duquel Taylor a décrit la proportionnalité entre taux de déformation de la goutte et nombre capillaire.

TAYLOR [70] fut l’un des premiers à étudier la déformation des gouttes soumises à un écoulement connu. Deux appareils en particulier lui ont servis pour ses tests : le ”Four Roll Mill” et le ”Paralell Band Apparatus”. Dans le premier cas la goutte injectée est exclusivement étirée le long de l’axe x de l’écoulement. Dans le second, elle est soumise à du cisaillement pur.

Dans les deux cas TAYLOR s’est attaché à faire le lien entre le paramètre de déformation de la goutte $D = (L - 1)/(L + 1)$, la valeur locale du nombre capillaire Ca et le rapport des viscosités $\lambda = \mu_d/\mu_c$. Il a constaté l’apparition d’un régime ”linéaire” dans lequel la déformation est proportionnelle au nombre capillaire local (*cf.* 6.5). Ce comportement est plus ou moins étendu selon l’écoulement étudié et le rapport de viscosité. Globalement il se situe entre $Ca = 0$ et $Ca = 0,4$ [70].

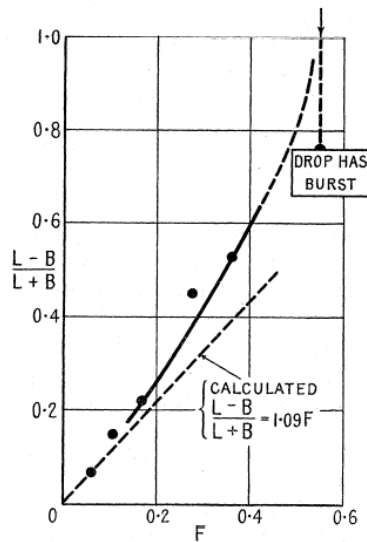


FIG. 16—"Parallel band" apparatus. Black lubricating oil. $\mu'/\mu = 0.9$.

Fig. 6.5 – Taux de déformation de la goutte en fonction du nombre capillaire, noté F ici, dans le "Parallel band" pour un rapport de viscosité de 0,9 .[70]

Pour comparer le calcul avec la littérature, l'évolution du nombre capillaire sur l'axe central de la géométrie est tracée sur la figure(6.6). Le nombre capillaire est donné par :

$$Ca = \mu_c r_0 \epsilon / \sigma$$

ϵ est la composante $\partial u / \partial x$ du tenseur taux de déformation et r_0 le rayon de la goutte non déformée. La fin du comportement linéaire du modèle se situe à $Ca = 0,9$.

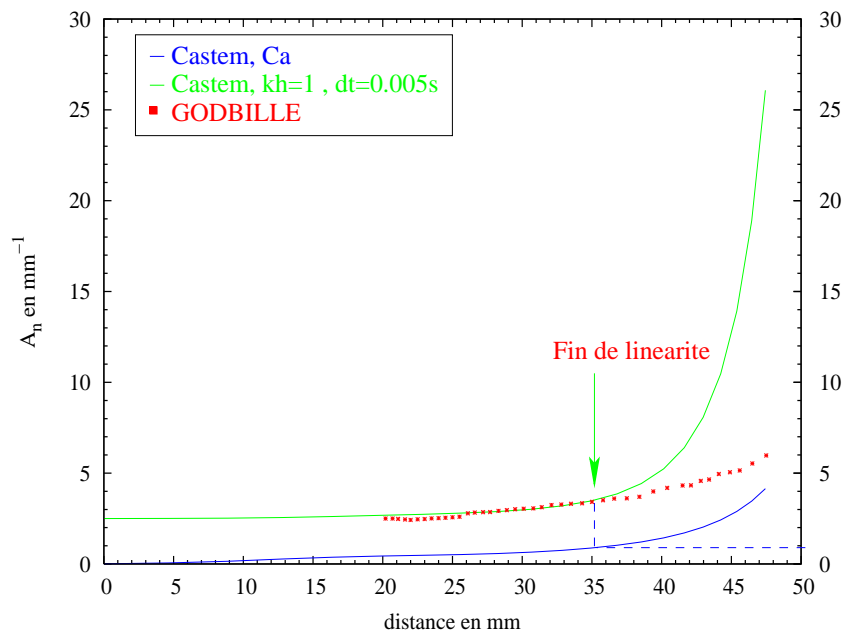


Fig. 6.6 – Evolutions de Ca , et de l'aire interfaciale volumique calculée avec le modèle et mesurée par GODBILLE[12] . La fin du comportement linéaire se situe aux environs de $Ca = 0,9$.

6.5 Mise en place de la fragmentation

Dans les cas qui nous concernent, la fragmentation des gouttes est essentiellement liée à l'action des gradients de vitesses sur ces dernières. Néanmoins selon la nature de la sollicitation, l'efficacité de fragmentation est variable. En effet, comme l'affirment de nombreux chercheurs dans la littérature[23], les phénomènes d'étirement sont plus efficaces que les cisaillement purs lorsqu'il s'agit de casser des gouttes. Pour tenir compte de cette efficacité variable du champ de gradient de vitesse nous allons introduire un paramètre que l'on notera α et dont la définition est la suivante :

$$\alpha = \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon} + \dot{\gamma}} \quad (6.30)$$

$\dot{\epsilon}$ permet de quantifier l'étirement ou la compression pure. Nous l'obtenons ainsi :

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{D_{11}^2 + D_{22}^2} \quad (6.31)$$

$\dot{\gamma}$ permet de quantifier le cisaillement pur. Nous l'obtenons ainsi :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2D_{12}^2} \quad (6.32)$$

La fragmentation a lieu lorsque le rapport de forces entre forces de cohésion et sollicitations externes à la goutte tourne à l'avantage de ces dernières. Le seuil à franchir est représenté par la valeur critique du nombre capillaire définit par :

$$Ca = \frac{\mu_c(\dot{\gamma} + \dot{\epsilon})r}{\sigma}, \text{ avec } \sigma \text{ la tension interfaciale} \quad (6.33)$$

r est le rayon moyen donné par (6.34) à un instant t . Ce rayon représente l'état initial de la goutte ou de l'émulsion dans son ensemble. Cette valeur de r est conservée pour le calcul du nombre capillaire tant que l'émulsion n'a pas été modifiée par de la fragmentation ou de la coalescence. La valeur du capillaire ne va donc évoluer que sous l'effet de l'évolution de l'écoulement.

$$r = \frac{3\phi_d}{An} \quad (6.34)$$

La fragmentation va créer de l'aire interfaciale volumique qui d'après la définition(6.34) va réduire la valeur locale du rayon moyen. Chaque fragmentation va donc progressivement diminuer la taille moyenne de la population jusqu'au rayon limite au dessous duquel il n'est plus possible de casser des gouttes. De par ce mode de fonctionnement, la fragmentation va s'auto-limiter comme dans la réalité physique.

La valeur critique du nombre capillaire est une fonction du type de l'écoulement (α). Pour poser les bases nous allons réutiliser les résultats expérimentaux de WINDHAB[23] (cf.6.7) qui donnent des expression différentes de $Ca_c(\alpha)$ en fonction du rapport de viscosité du système de phase utilisé. L'exemple suivant est l'expression donnant les capillaires critiques pour un système de phases caractérisé par un rapport $\lambda = 8$:

$$Ca_c = 433,36e^{-25,779\alpha} - 0,25\alpha + 0,35 \quad (6.35)$$

Dans un premier temps nous allons considérer que seules des fragmentations binaires ont lieu c'est à dire la formation de deux gouttes filles identiques. Ce qui, en faisant l'hypothèse que

localement $An = \frac{\text{Surface}}{\text{Volume}}$, occasionne un accroissement local d'aire interfaciale de $\frac{2}{0,5^{1/3}}$ fois l'aire interfaciale volumique initiale.

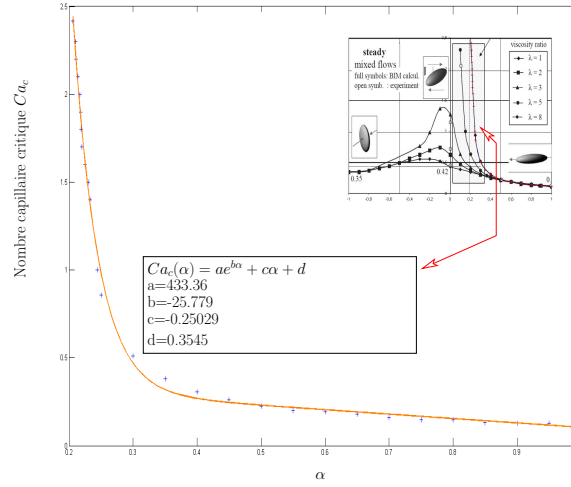


Fig. 6.7 – Nombre capillaire critique en fonction de α d'après les travaux de WINDHAB[23]. Courbe donnée pour un rapport de viscosité $\lambda = \mu_d/\mu_c = 8$

Par comparaison des cartes de nombre capillaires critiques (*cf.* 6.9) avec les cartes que nous aurons calculées il sera possible de savoir précisément où doivent se produire les fragmentations. Si l'hypothèse de fragmentation binaire s'avère insatisfaisante une modélisation plus fine de l'accroissement d'aire interfaciale volumique sera faite en essayant de lier la quantité de A créée avec l'intensité locale de l'écoulement.

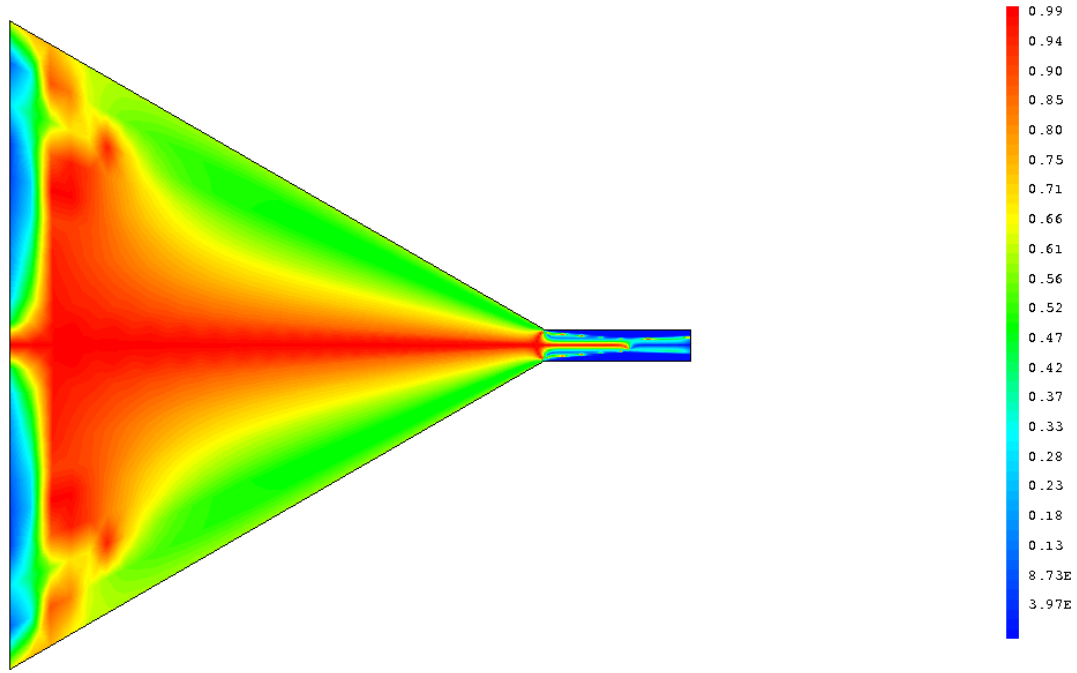


Fig. 6.8 – Iso- α obtenu avec le champ de vitesse de la phase continue calculé dans la géométrie de GODBILLE. Les zones à fort potentiel d'élongation sont en rouge α proche de 1. L'axe de la géométrie fait bien partie de cette zone. Inversement les zones bleues sont celles qui sont dominées par le cisaillement. Ce qui est assez net dans le canal plan situé en aval du convergent.

6.5.1 Application au cas GODBILLE

Le fractionnement du pas de temps décrit en (6.1.2) permet d'alterner, dans l'ordre, l'étirement, la fragmentation si celle-ci doit avoir lieu, le retour à l'isotropie et le transport de l'aire interfaciale volumique. Concrètement la fragmentation se manifeste par l'augmentation de l'aire interfaciale volumique qui dépend du type de fragmentation souhaité. Dans notre cas, à titre d'essai, une fragmentation de type "binaire" est introduite. Celle-ci donne lieu à l'ajout d'environ 59% d'aire interfaciale volumique par rapport au niveau initial.

Deux situations ont été testées :

- Une première, réaliste, où la carte de nombres capillaires critiques utilisée est celle prévue par la littérature. Dans ces conditions il n'y a pas eu de création d'aire interfaciale volumique comme prévu.
- Une seconde où l'on a modifié la carte des capillaires de façon à provoquer la rupture.

L'intérêt ici étant purement numérique puisque la physique est biaisée.

Le rapport de viscosité est de 0,86. La courbe correspondant au rapport $\lambda = 1$ du document de WINDHAB[23] sera utilisée pour dresser la cartographie des nombres capillaires critiques. L'équation qui y est associée⁵ est la suivante⁶ :

$$Ca_c(\alpha) = a_1 \cdot e^{\left(-\left(\frac{\alpha-b_1}{c_1}\right)^2\right)} + a_2 \cdot e^{\left(-\left(\frac{\alpha-b_2}{c_2}\right)^2\right)} + a_3 \cdot e^{\left(-\left(\frac{\alpha-b_3}{c_3}\right)^2\right)} + a_4 \cdot e^{\left(-\left(\frac{\alpha-b_4}{c_4}\right)^2\right)} \quad (6.36)$$

⁵ courbe extraite avec "g3data" puis "fitée" avec Matlab

⁶ il s'agit d'une Gaussienne

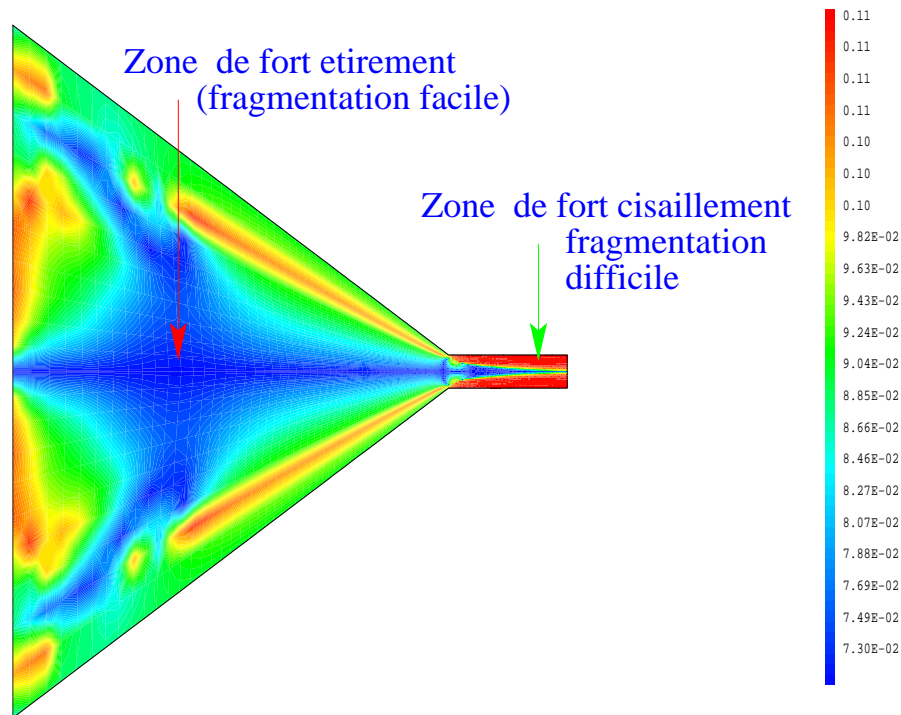


Fig. 6.9 – Carte des capillaires critiques de l'écoulement dans le convergent-divergent. Comme cela a été décrit par WINDHAD[23], les nombres capillaires les plus élevés sont associés aux zones d'écoulement à fort cisaillement, en rouge sur la figure. À l'inverse les capillaires les plus faibles sont ceux qui caractérisent les zones d'écoulement à fort étirement que l'on retrouve essentiellement dans l'axe de la géométrie.

6.6 Calcul de colonne pulsée.

Cette section décrit la première phase d'utilisation du modèle sur une géométrie de type colonne pulsée. Les étapes successives de conduite du calcul vont être présentées ici avant d'introduire la confrontation des résultats du modèle avec les mesures que traite le chapitre suivant.

La géométrie utilisée ici correspond à un étage de la colonne. Le calcul étant réalisé en axisymétrique conformément à la géométrie de la colonne et de l'écoulement, seule la moitié de droite d'un étage est donc utilisée.

À l'instar du calcul réalisé sur la géométrie de GODBILLE trois calculs successifs sont nécessaires pour chaque condition sans compter la multiplication du nombre de calculs de transport d'aire interfaciale volumique par le nombre d'étages à traverser.

6.6.1 N étages identiques, conduite du calcul

L'utilisation d'une géométrie limitée à un seul étage permet de gagner en vitesse mais ce gain a ses inconvénients puisqu'il nécessite de faire un certain nombre d'hypothèses pour la conduite du calcul. L'utilisation d'un seul et unique étage pour la simulation de la colonne entière implique

une première hypothèse : *on considère que tous les étages ont le même pouvoir dispersif*. C'est à dire que l'écoulement rencontré dans chaque étage est supposé être le même.

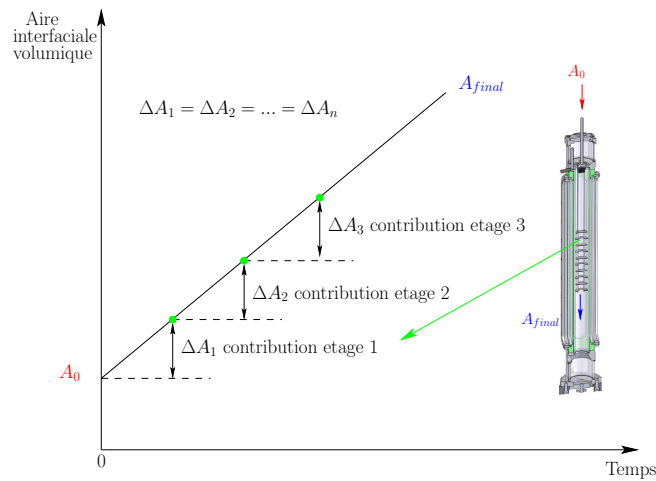


Fig. 6.10 – Hypothèse de fonctionnement avec n étages identiques

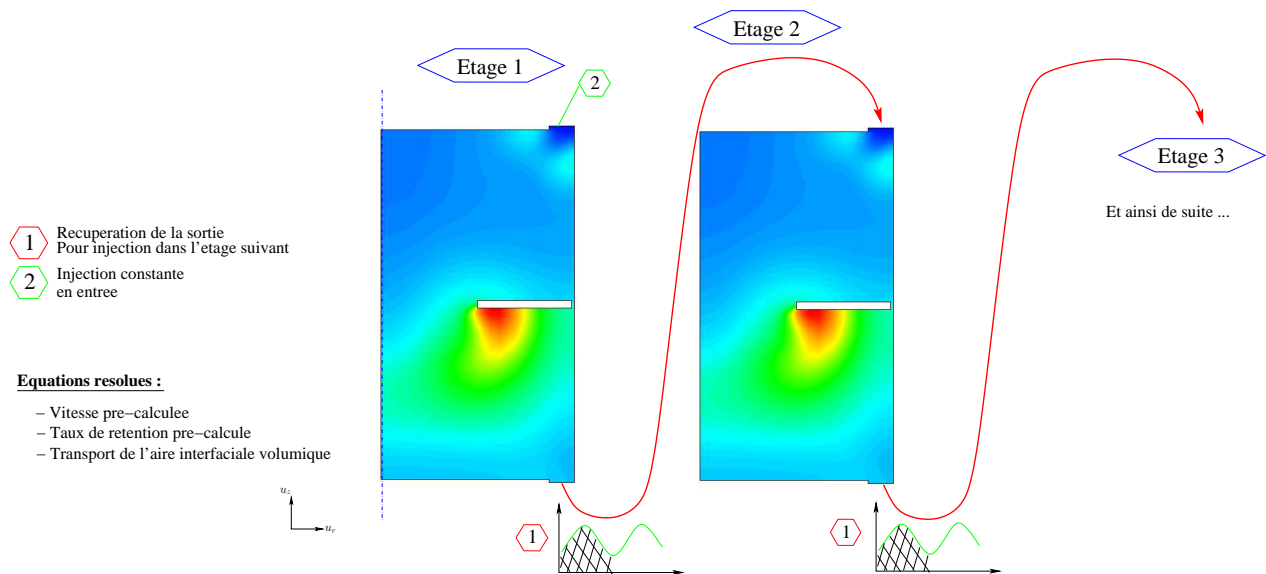


Fig. 6.11 – conduite du calcul

Conduite du calcul En ce qui concerne les conditions aux limites, l'utilisation de conditions périodiques est maintenue pour chaque calcul. Les quantités de matière injectées sont donc maîtrisées. Par ailleurs pour passer d'un calcul au suivant la moyenne, pendant une période, de ce qui sort d'un étage est injectée à l'entrée pour le calcul du prochain étage. Cette même valeur est utilisée pour mettre à jour les conditions aux limites périodiques. L'état initial⁷ de chaque étage n'étant pas connu avant l'introduction d'aire interfaciale volumique, on considère que le niveau initial d'aire interfaciale volumique dans l'étage est réparti de façon homogène et à un

⁷répartition spatiale d'aire interfaciale volumique dans l'étage

niveau égal à celui auquel se trouve le premier étage avant le début du calcul.

Calcul du champ de vitesse de l'émulsion

Dans le modèle les quantités comme la fraction volumique et l'aire interfaciale volumique sont transportées par \mathbf{U} qui est donné par :

$$\mathbf{U} = \phi_d \mathbf{v}_d + \phi_c \mathbf{v}_c \quad (6.37)$$

Pour calculer le champ de vitesse de l'émulsion, le débit total introduit dans la colonne est utilisé pour calculer la condition aux limites en vitesse imposée à l'entrée de la géométrie. Ce débit total est la somme de plusieurs composantes :

- une première composante continue qui est le débit de phase dispersée injecté.
- une seconde composante continue qui est le débit à contre courant de TPH injecté dans la colonne
- puis une troisième composante oscillante liée à la pulse.

La vitesse imposée en entrée est alors obtenue en divisant le débit total par la section d'entrée.

Conditions aux limites en vitesse A l'entrée de la géométrie on applique un profil plat qui évolue avec le temps selon l'expression (6.37) pour tenir compte de la pulsation. Des conditions d'adhérence sont imposées aux parois telles que la paroi du fût en verre et celles du garnissage. Une condition de vitesse normale nulle est imposée sur l'axe de la colonne pour signifier la condition de symétrie. Une fois la convergence atteinte un champ de vitesse est stocké toutes les 1.10^{-3} s pour être réutilisé pour les divers calculs de transport qui suivent.

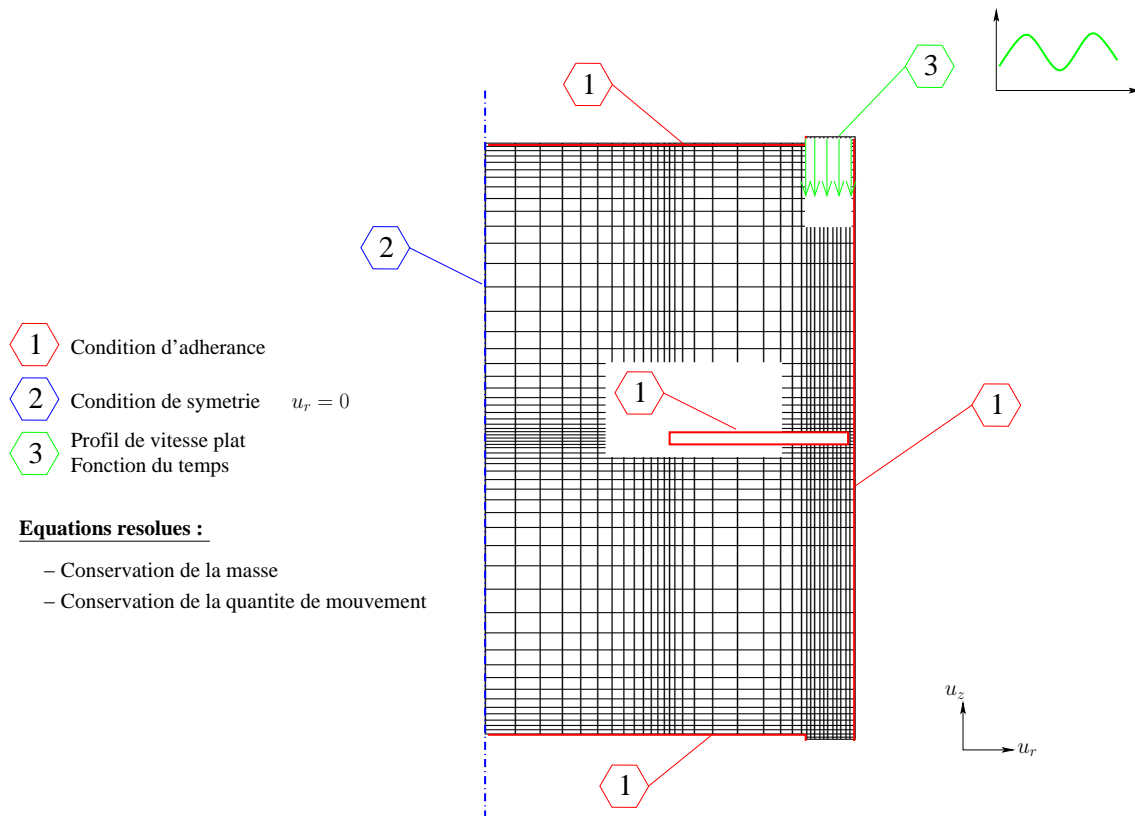


Fig. 6.12 – Conditions aux limites en vitesse

Remarque sur la convergence du calcul de vitesse

Deux géométries existent pour la modélisation d'un étage de colonne :

- une première composée uniquement d'un étage qui, de par sa taille réduite, permet de faire des calculs très rapides.
- puis une deuxième à laquelle a été ajoutée un demi étage pour des raisons pratiques d'exploitation des résultats expérimentaux.

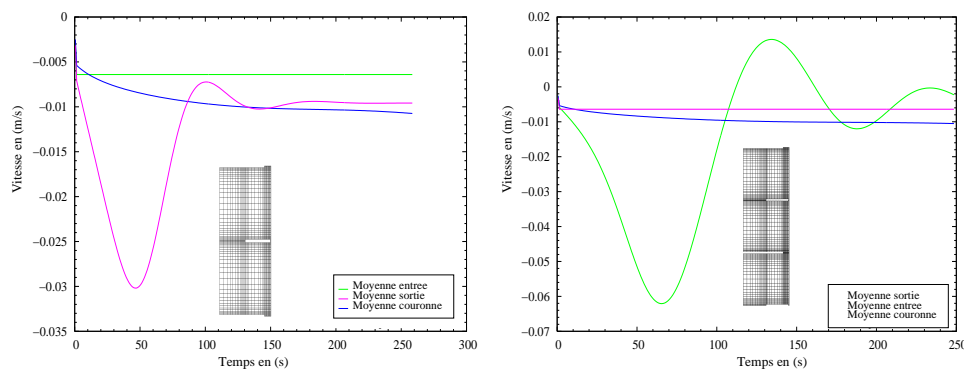


Fig. 6.13 – Évolution des composantes verticales moyennes de vitesse en entrée, sortie et en un point à l'intérieur de la géométrie. Des oscillations apparaissent pour les deux géométries. Ces oscillations s'amortissent au cours du temps avec une vitesse plus ou moins grande selon la géométrie. La fin des oscillations, que l'on peut assimiler à l'établissement de l'écoulement, est plus rapide dans le cas de la géométrie réduite.

Selon la géométrie choisie l'établissement de l'écoulement calculé est plus ou moins long. Notons en particuliers l'apparition d'oscillations plus important sur la géométrie étendue (cf. 6.13).

Conditions aux limites pour le transport de ϕ_d et de A Les conditions aux limites utilisées pour les calculs de transport aussi bien du taux de rétention que de l'aire interfaciale volumique sont des conditions de type Dirichlet. En raison de la nature pulsée du problème il a fallu mettre à jour périodiquement les conditions aux limites pour maîtriser les quantités introduites dans la géométrie. Comme en témoigne la figure (6.14) cette technique permet aussi d'atteindre le régime permanent plus rapidement qu'une méthode sans conditions aux limites périodiques.

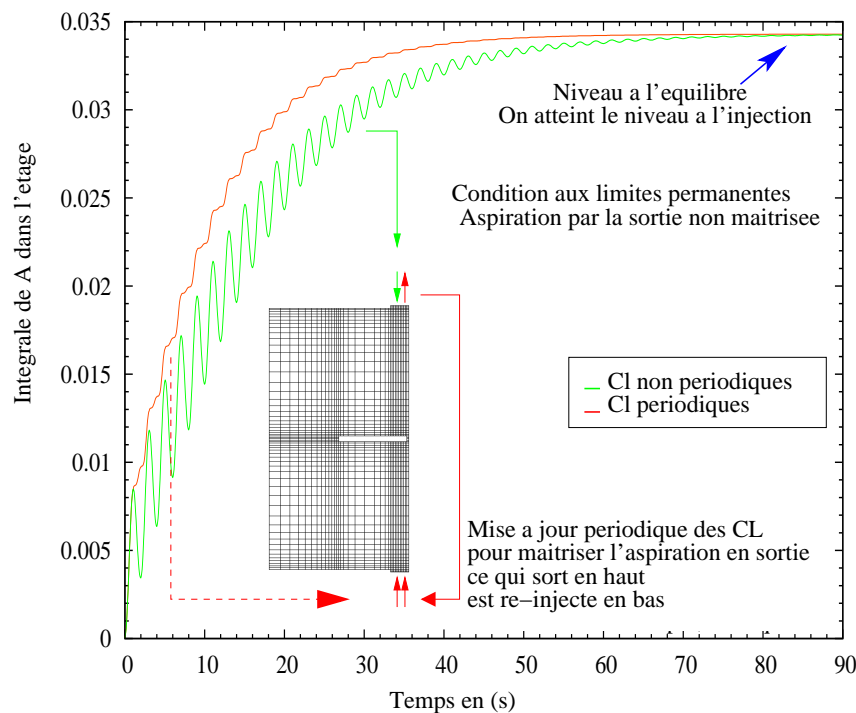


Fig. 6.14 – Evolution de l'intégrale de A dans l'étage au cours du temps avec et sans conditions aux limites périodiques. L'utilisation de conditions aux limites périodique permet d'atteindre le régime permanent plus rapidement tout en garantissant la maîtrise des injections de matière.

Fragmentation parasite

Le transport de l'aire interfaciale crée localement des zones de faible niveau de A qui se propagent dans la géométrie comme une vague. En faisant l'hypothèse d'une fraction volumique constante ce front de faible aire interfaciale volumique correspond, d'après la définition (6.34), à une émulsion où le rayon moyen de la population est particulièrement élevé et donc très susceptible de fragmenter. Ce front d'aire interfaciale va occasionner une production qui n'a rien de réaliste mais qui va pourtant s'ajouter à la production totale. Pour éviter cette production il suffit d'équilibrer la valeur du rayon local calculé de façon à ne pas générer une émulsion trop grosse. Cet équilibrage est rendu possible en transportant le taux de rétention avec la

vitesse moyenne de l'émulsion. Ainsi localement à une faible valeur d'aire interfaciale volumique va correspondre un tout aussi faible taux de rétention. Cet équilibrage n'est nécessaire qu'en transitoire, le taux de rétention imposé à l'injection finissant par s'établir dans la totalité de la géométrie.

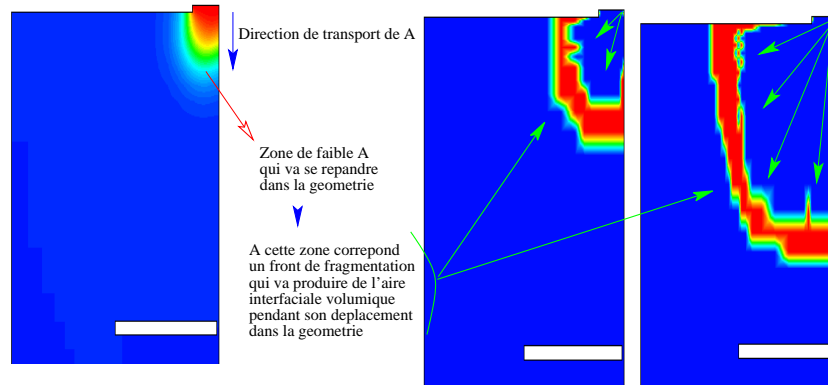


Fig. 6.15 – Conséquence de la constance du taux de rétention sur la production. **A gauche** : aire interfaciale volumique transportée depuis l'entrée de la géométrie. **Au milieu et à droite** : Zones de fragmentation qui correspondent bien au front de faible aire interfaciale visualisée à gauche. Les faibles quantités d'aire interfaciale volumiques transportées créent un front de fragmentation qui produit une quantité parasite d'aire interfaciale volumique.

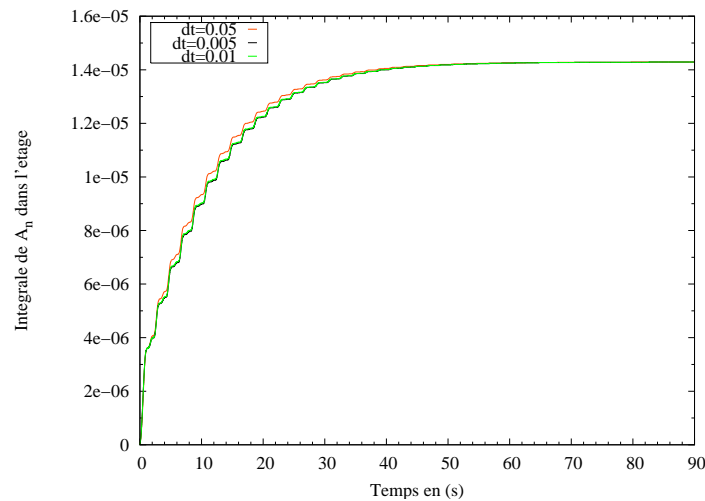


Fig. 6.16 – Evolution de l'intégrale de ϕ_d dans l'étage au cours du temps selon le pas de temps choisi.

Convergence en temps du transport de ϕ_d La convergence du transport de ϕ_d est déjà très correcte à $dt = 0,05s$. Le couplage entre ϕ_d et A est négligé dans un premier temps. Cela permet d'éviter d'avoir à recalculer le transport de ϕ_d à chaque itération du calcul de transport de l'aire interfaciale volumique en stockant les champs instantanés de ϕ_d obtenus d'un précédent calcul pour se concentrer sur l'évolution de l'aire interfaciale volumique.

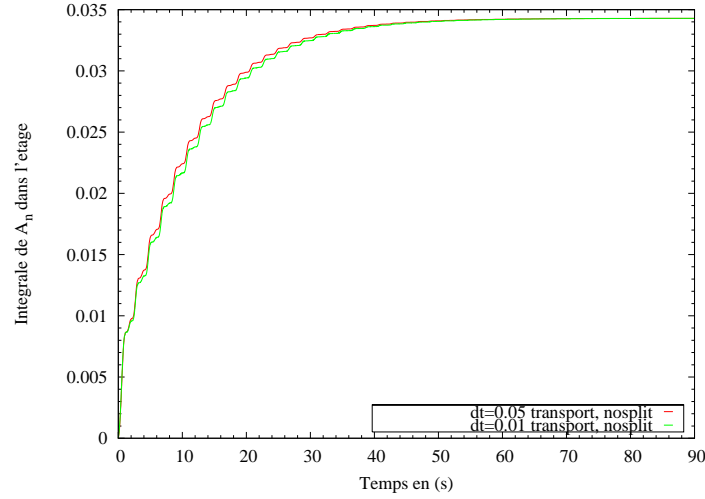


Fig. 6.17 – Evolution de l'intégrale de A dans l'étage au cours du temps selon le pas de temps choisi.

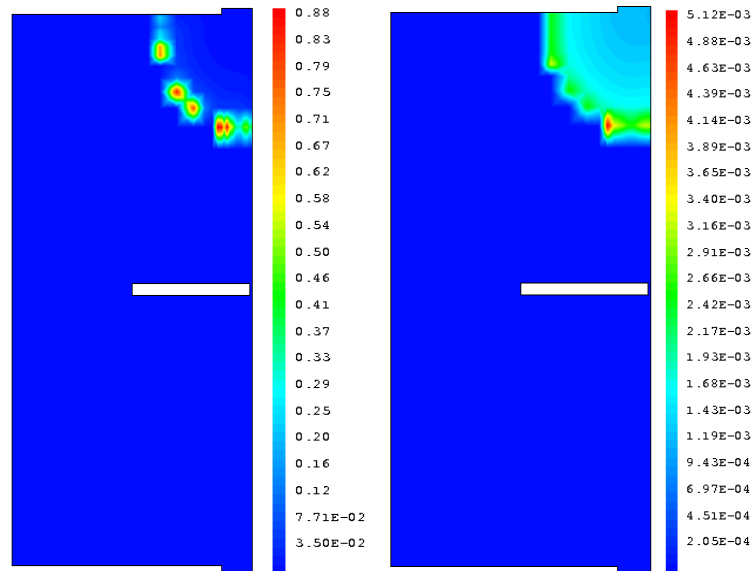


Fig. 6.18 – **A gauche** : carte des rayons calculés avec la relation (6.34) en considérant ϕ_d constant. **A droite** : la même carte mais en utilisant les valeurs obtenues par transport de ϕ_d par la vitesse moyenne de l'émulsion. Les rayons obtenus en tenant compte du transport de ϕ_d sont nettement moins importants et plus réalistes.

Effet du transport de ϕ_d sur la fragmentation en régime transitoire En considérant que ϕ_d est constant dans toute la géométrie le rayon moyen calculé atteint des valeurs surréalistes de l'ordre de 80cm très certainement source de fragmentation. L'emploi de taux de rétentions obtenus par calcul du transport de celui-ci permet de calculer, en tout temps des rayons moyens plus réalistes qui permettent de réduire de façon significative la production "anormale" d'aire interfaciale volumique pendant le régime transitoire (cf. 6.19). En outre, il est important de remarquer que la prise en compte du transport du taux de rétention apporte une meilleure continuité des champs de rayon calculés et donc de la fragmentation générée par le modèle.

L'amélioration de cette continuité est un élément d'accélération et de convergence du calcul .

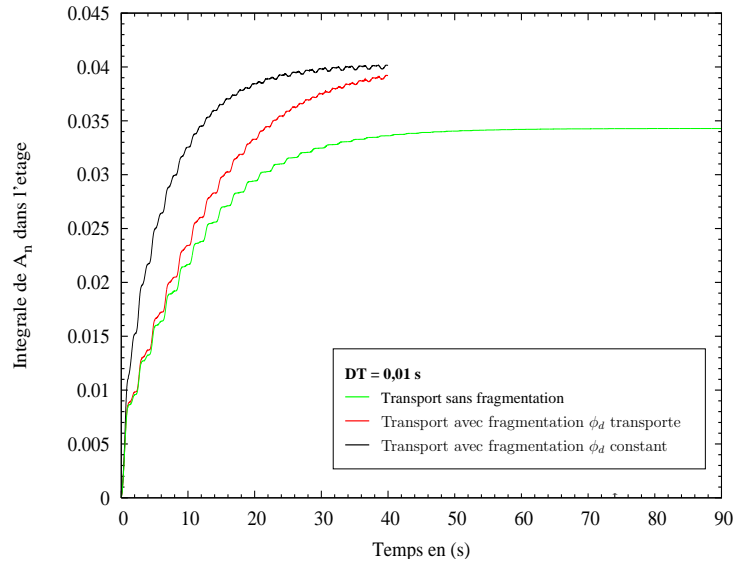


Fig. 6.19 – Courbes d'évolution de l'intégrale d'aire interfaciale volumique dans l'étage avec et sans fragmentation, avec et sans transport du taux de rétention. Lorsque le taux de rétention n'est pas pris constant le niveau de production pendant le régime transitoire est moins élevé. Néanmoins le niveau de production en régime permanent reste logiquement le même qu'avec un calcul à ϕ_d constant.

Convergence en temps du transport avec fragmentation

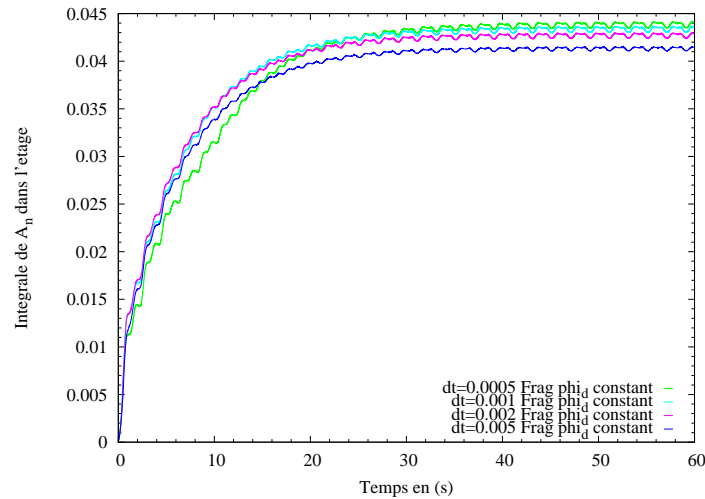


Fig. 6.20 – Évolution de l'intégrale d'aire interfaciale volumique dans l'étage au cours du temps et en fonction du pas de temps utilisé.

Cette étude de convergence a été effectuée sans utiliser les champs transportés de taux de rétention, le régime permanent atteint dans les deux cas étant le même. Quatre pas de temps allant de $5 \cdot 10^{-3}$ s à $5 \cdot 10^{-4}$ s ont été testés. Un début de convergence est atteint à partir d'un pas de temps de $2 \cdot 10^{-3}$ s, cette valeur du pas de temps sera utilisée pour les prochaines étapes.

Première phase de test et de calibration du modèle

Cette étape va se focaliser sur le comportement général du modèle en termes de fragmentation. Le niveau de production, la valeur du rayon moyen de la population avale ainsi que les seuils de capillaires critiques vont être étudiées.

En guise de première calibration les données expérimentales obtenues à 0,5Hz vont être utilisées comme référence. Une aire interfaciale volumique de 12m^{-1} est injectée en continu à l'entrée de l'étage. Ce qui équivaut à une population mono disperse de gouttes de 3,5mm de diamètre pour un taux de rétention moyen de 0,7%. La corrélation de WINDHAB[23] donnant les capillaires critiques pour un rapport de viscosité⁸ de 1 est utilisée avec un coefficient correcteur pour tenir compte :

- du fait que le rapport de viscosité de notre système soit de 0,79
- de l'effet des plateaux qui favorisent la fragmentation en bloquant certaines gouttes les rendant ainsi plus vulnérables aux gradients de vitesse environnant
- et du fait que les corrélations fournies par WINDHAB ont été obtenues sur des écoulement stabilisés alors que dans notre cas l'écoulement est pulsé.

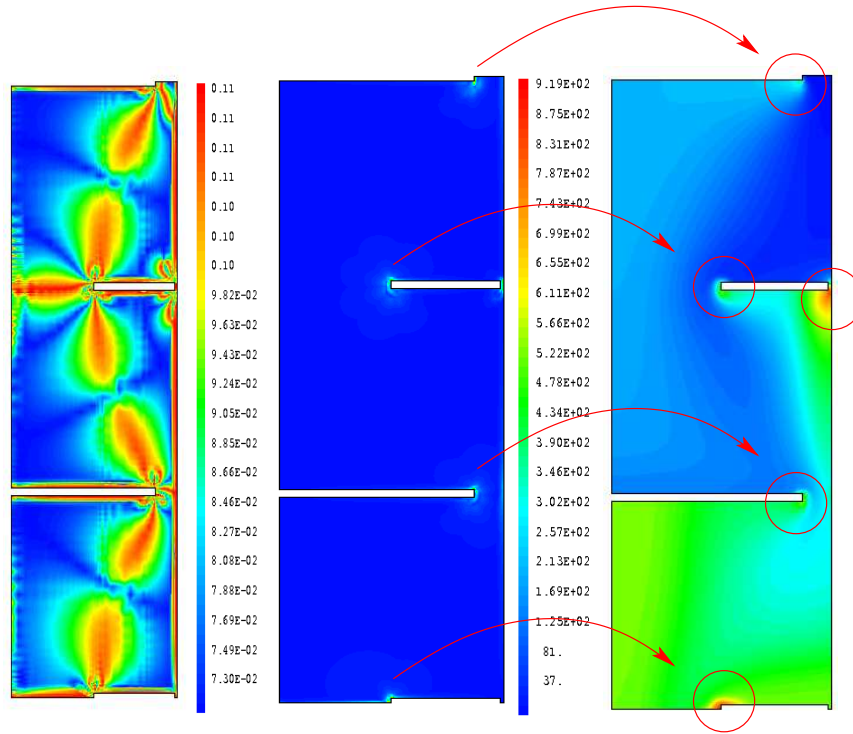


Fig. 6.21 – $Ca_c = 0,05 \times Ca_c$ WINDHAB, $\lambda = 0,79$, $t = 15\text{s}$ **A gauche** : carte de capillaires critiques, **au milieu** : cartes gradients de vitesse donnée par $\dot{\epsilon} + \dot{\gamma}$, **à droite** : zones principales de fragmentation. Les zones où la fragmentation est la plus importante sont celles où les gradients de vitesse sont les plus forts conformément à la définition du nombre capillaire.

Comme prévu les zones de plus fortes productions correspondent aux plus forts gradients de vitesse et aux plus faibles capillaires critiques (*cf.* 6.21). La carte des capillaires critiques représente, en valeur, 5% de la corrélation proposée par WINDHAB[23] pour $\lambda = 1$.

⁸Dans notre cas $\lambda = 0.79$

Effets du coefficient τ_F sur le taux de production Pour suivre la quantité d'aire interfaciale produite au cours du temps dans la totalité de l'étage la relation suivante va être utilisée :

$$\text{Taux de production de A} = 100 \times \frac{\bar{A}_{\text{frag}} - \bar{A}_{\text{nofrag}}}{\bar{A}_{\text{nofrag}}} \quad (6.38)$$

Les grandeurs barrées comme \bar{A}_{nofrag} sont calculées ainsi :

$$\bar{A}_{\text{nofrag}} = \frac{1}{t_1 - t_0} \left(\int_{t_0}^{t_1} < A_{\text{nofrag}} > dt \right) \quad (6.39)$$

A_{frag} est la l'aire interfaciale calculée lorsque la fragmentation est activée. A_{nofrag} Est celle qui est calculée lorsque la fragmentation n'est pas activée. Il s'agit, dans ce cas de l'aire interfaciale volumique transportée. La moyenne $< A_{\text{nofrag}} >$ est la moyenne dans le volume de contrôle de la quantité A_{nofrag} .

Pour comparer la production mesurée avec la production calculée (5.2.7), cette dernière est exprimée ainsi :

$$\text{Production} = 100 \times \frac{\bar{A}_{\text{entree}} - \bar{A}_{\text{sortie}}}{\bar{A}_{\text{entree}}} \quad (6.40)$$

\bar{A}_{entree} est la quantité imposée en entrée du maillage. \bar{A}_{sortie} est la moyenne sur une période de l'aire interfaciale volumique mesurée en sortie de maillage.

D'après les mesures (5.2.7) la production moyenne attendue est de l'ordre de 20%. L'implémentation de la fragmentation décrite dans (6.5) prévoit d'augmenter le niveau d'aire interfaciale volumique local lorsque le rapport **capillaire local / capillaire critique** s'y prête. Cette augmentation est faite en multipliant le niveau local d'aire interfaciale volumique par un coefficient ajustable. Pour atteindre les 20% prévus par la mesure il a fallu ajuster ce coefficient à environ 1,59. Portant localement, en cas de fragmentation, l'augmentation d'aire interfaciale volumique à 159%.

En ce qui concerne les capillaires critiques, la carte obtenue en exploitant les résultats de WINDHAB[23] ne permet pas de fragmenter. Le coefficient correctif appliqué ramène les capillaires critiques à 7,5% des valeurs proposées par WINDHAB. Cette valeur est pratiquement la plus grande valeur permettant de fragmenter la population mesurée dans les essais à **0,5Hz**.

Chapitre 7

Confrontation au modèle

7.1 Confrontation avec le calcul

Les coefficients du modèle ont été ajustés sur les résultats expérimentaux obtenus à **0,5Hz**. La partie de confrontation du calcul à l'expérience à **0,5Hz** n'est donc pas vraiment une confrontation mais une présentation plus détaillée de ce que permet d'obtenir le calcul.

Les résultats présentés dans cette section reposent sur l'hypothèse selon laquelle chaque étage de la colonne a le même pouvoir dispersif. Pour simuler la traversée de la colonne entière, constituée dans notre cas de quatre étages, quatre calculs successifs sont effectués avec comme condition aux limites en entrée des trois derniers calculs la moyenne temporelle en sortie du calcul précédent. En termes de condition initiale tous les calculs sont partis d'un état identique où l'étage est supposé chargé de grosses gouttes ; le niveau initial d'aire interfaciale volumique est donc mis à **12m⁻¹** au départ de chaque calcul.

7.1.1 Comparaison à 0,5Hz

Pour comparer la production d'aire interfaciale volumique mesurée avec la production calculée (5.2.7), cette dernière est exprimée ainsi :

$$\text{Production} = 100 \times \frac{\bar{A}_{\text{entree}} - \bar{A}_{\text{sortie}}}{\bar{A}_{\text{entree}}} \quad (7.1)$$

La production mesurée a été obtenue ainsi :

$$\text{Production}_{\text{exp}} = 100 \frac{|\bar{A}_e/\bar{\phi}_e - \bar{A}_s/\bar{\phi}_s|}{\bar{A}_e/\bar{\phi}_e} \quad (7.2)$$

La production mesurée était de 20% (5.2.7) environ. Le calcul donne une production de 19,9% entre l'entrée et la sortie du garnissage.

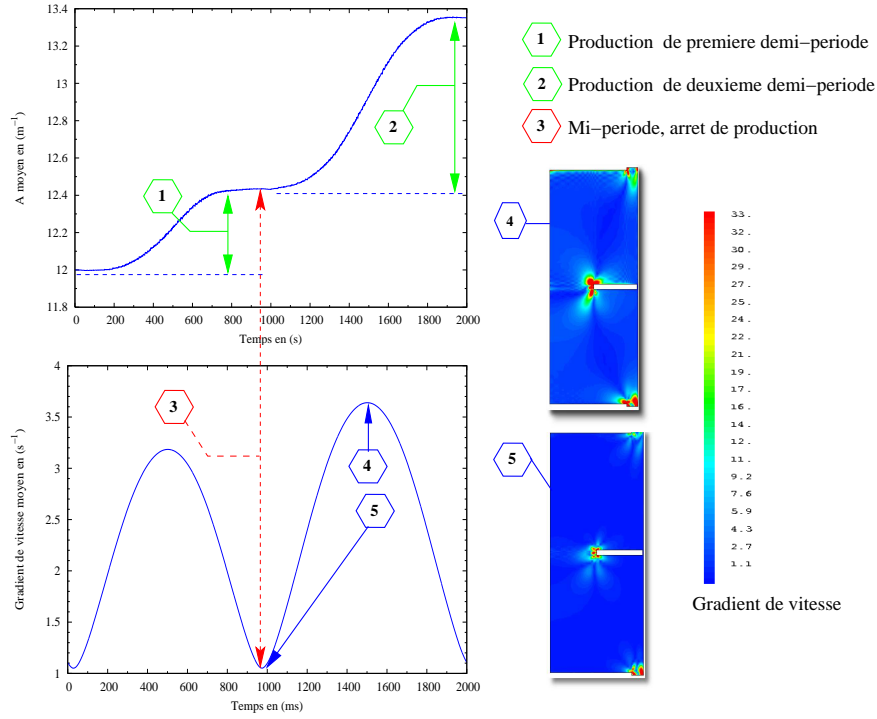


Fig. 7.1 – Evolutions de $\langle A \rangle$ et de $\langle \epsilon \rangle$ à 0,5Hz au cours d'une période.

La figure (7.1) présente sur le graphique supérieur l'évolution de la moyenne spatiale de l'aire interfaciale volumique dans un étage, sur une période. Cette moyenne augmente au cours du temps, mettant en évidence la création d'aire interfaciale volumique dans l'étage. Quelques instants remarquables apparaissent au cours de cette évolution :

- Aux instants $t=0,5s$ et $t=1,5s$, l'accroissement d'aire interfaciale est à son niveau maximum.
- A mi-période, à $t=1s$, l'accroissement d'aire interfaciale volumique moyenne est nul.

L'arrêt momentané de production à $t=1s$ sépare bien les productions respectives de la première et de la deuxième moitié de période. La quantité produite sur ces deux intervalles n'est pas la même, la première partie de période présentant une production cumulée inférieure à celle de la deuxième moitié de période. Cette production d'aire interfaciale volumique est directement liée à l'intensité des gradients de vitesse. Pour mesurer cette intensité nous avons suivi la quantité suivante au cours d'une période :

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{1}{V_{\text{étage}}} \int_{V_{\text{étage}}} \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2} dv \quad (7.3)$$

La moyenne temporelle de $\langle \epsilon \rangle$ est plus grande pendant la deuxième moitié de période expliquant le surcroît de production constaté sur cette partie du cycle. Cette différence de niveau des gradients de vitesse constatée en phase descendant de pulsation s'explique par le fait qu'à la composante oscillante de la vitesse issue de la pulsation s'ajoute la contribution de la vitesse

de la phase dispersée qui, globalement, est descendante. Rappelons aussi que les calculs menés ici ne comporte pas de débit à contre courant de la phase continue. Ce débit aurait contribué à l'atténuation du déséquilibre entre les deux phases du cycle. Les instants où $\langle \epsilon \rangle$ est minimal correspondent bien aux instants où l'accroissement d'aire interfaciale volumique est proche de 0. Inversement les instants où $\langle \epsilon \rangle$ atteint un maximum local correspondent aux moments où la croissance d'aire interfaciale volumique dans l'étage est la plus forte.

Outre l'absence de symétrie de la production sur un cycle à cette fréquence, on constate la décroissance au cours du temps de la production générée par les étages traversés. Cette situation qui est conforme à la réalité illustre l'une des conséquence de la fragmentation. La fragmentation progressive de la population de gouttes entraîne une diminution de son diamètre moyen. Chaque étage a le même pouvoir dispersif, néanmoins la population est de moins en moins vulnérable à ce pouvoir car la diminution de son diamètre moyen augmente les effets de la tension interfaciale responsables de la cohésion de la goutte.

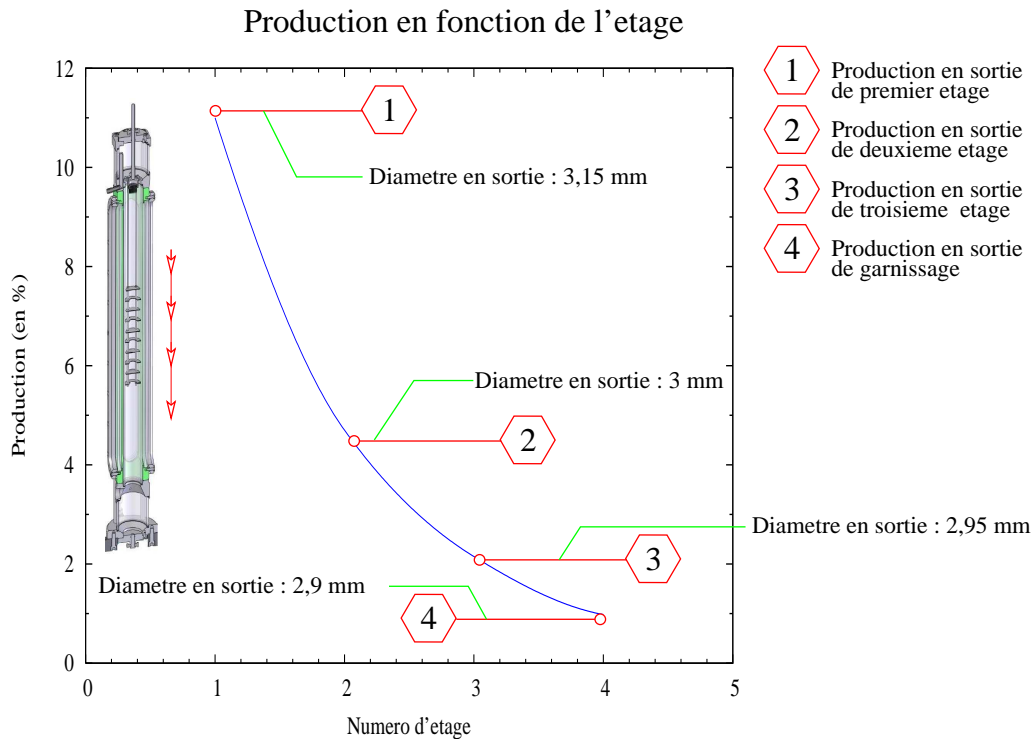


Fig. 7.2 – Évolution de la production en sortie les étages successifs à 0,5 Hz.

En considérant les gouttes sphériques et en utilisant la relation :

$$\text{Diametre} = \frac{6\phi}{A} \quad (7.4)$$

Le rayon moyen de la population à la sortie du quatrième étage est de **2,9mm** contre une moyenne mesurée d'environ **2,4mm** (5.39). Si l'on utilise la relation (7.4) pour calculer le rayon moyen de la population mesurée¹, on obtient un diamètre d'environ **2,85mm**. Le diamètre moyen est légèrement sur-estimé à l'image de la production qui est légèrement sous-estimée par le calcul.

¹ $\phi_d = 0,37\%$ et $A = 7,8\text{m}^{-1}$

7.1.2 Comparaison à 1Hz

Le calcul effectué à **1Hz** utilise les mêmes coefficients d'ajustement qu'à **0,5Hz** où la production a légèrement été sous-estimée. A **1Hz** la production mesurée est de 10%. La production calculée est de 12,4%.

L'évolution au cours d'une période, dans un étage, de l'aire interfaciale volumique moyenne est donnée par le graphique supérieur de la figure (7.3). L'évolution de la production reste conforme à celle des gradients de vitesse représentés par la quantité $\langle \dot{\epsilon} \rangle$. Les maxima et minima d'accroissement de la production correspondent bien aux extrema de la courbe représentative de l'évolution de $\langle \dot{\epsilon} \rangle$.

La dissymétrie constatée à 0,5Hz entre la production de première moitié de période et celle de seconde moitié apparaît aussi. La production en phase descendante reste plus importante que celle en phase ascendante de la pulsation. Cette tendance est encore une fois la conséquence de l'intensité des gradients de vitesse qui eux aussi sont plus importants sur la seconde demi-période.

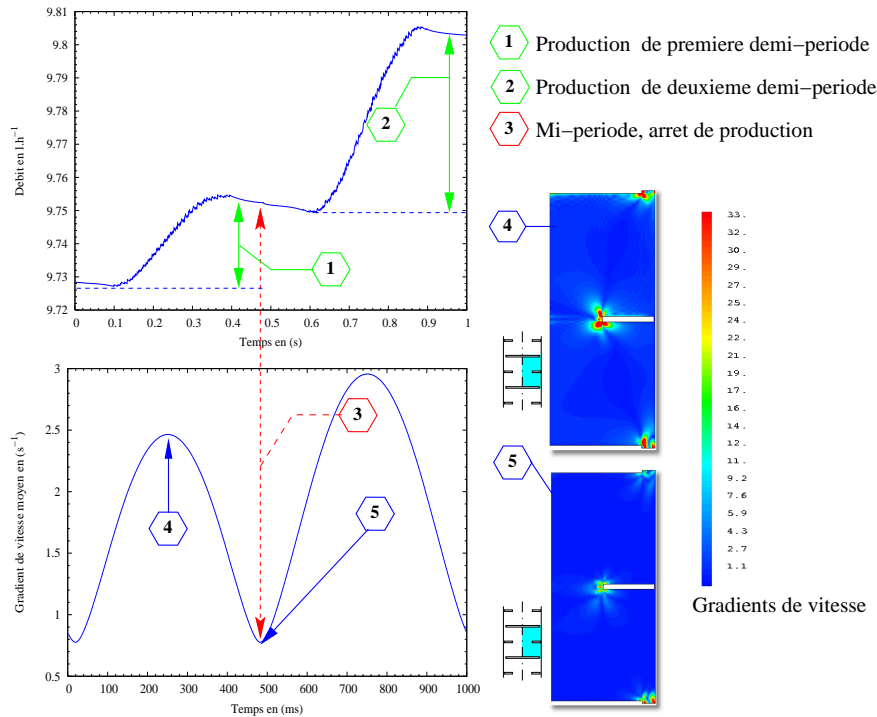


Fig. 7.3 – Evolutions de $\langle A \rangle$ et de $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ à 1Hz au cours d'une période. Les petites oscillations constatées sur cette courbes sont la conséquence d'un manque de convergence du calcul.

En ce qui concerne les effets de la fragmentation le constat est le même à 1Hz. La diminution progressive du diamètre moyen de la population de gouttes au fur et à mesure que celle-ci traverse la colonne se traduit par une baisse de la production qui devrait finir par s'annuler si le nombre d'étages traversés est suffisant.

Les rayons moyens de la population calculés en sortie d'étage en utilisant la relation (7.4) sont très proches de ceux qui ont été obtenus à 0,5Hz malgré un pouvoir dispersif plus faible à 1Hz.

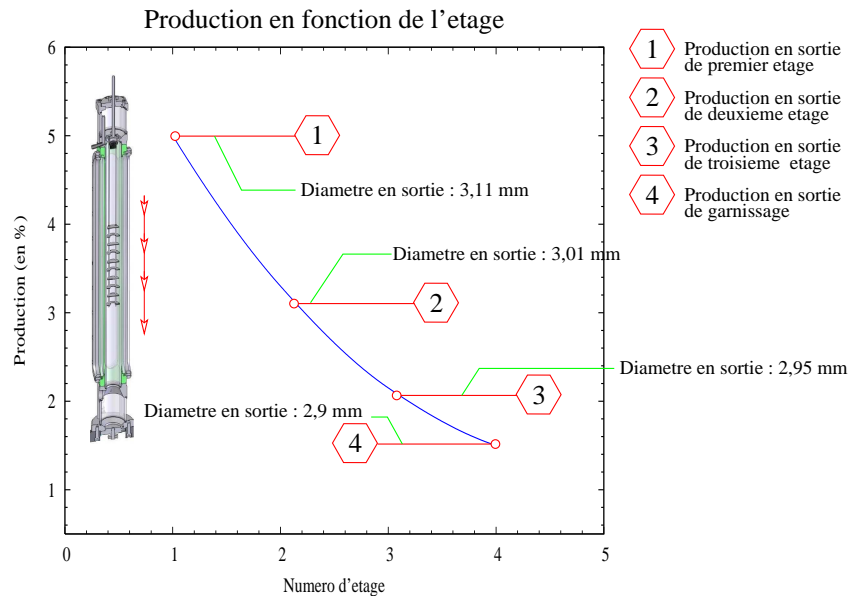


Fig. 7.4 – Évolution de la production en sortie les étages successifs à 1Hz.

7.1.3 Comparaison à 2Hz

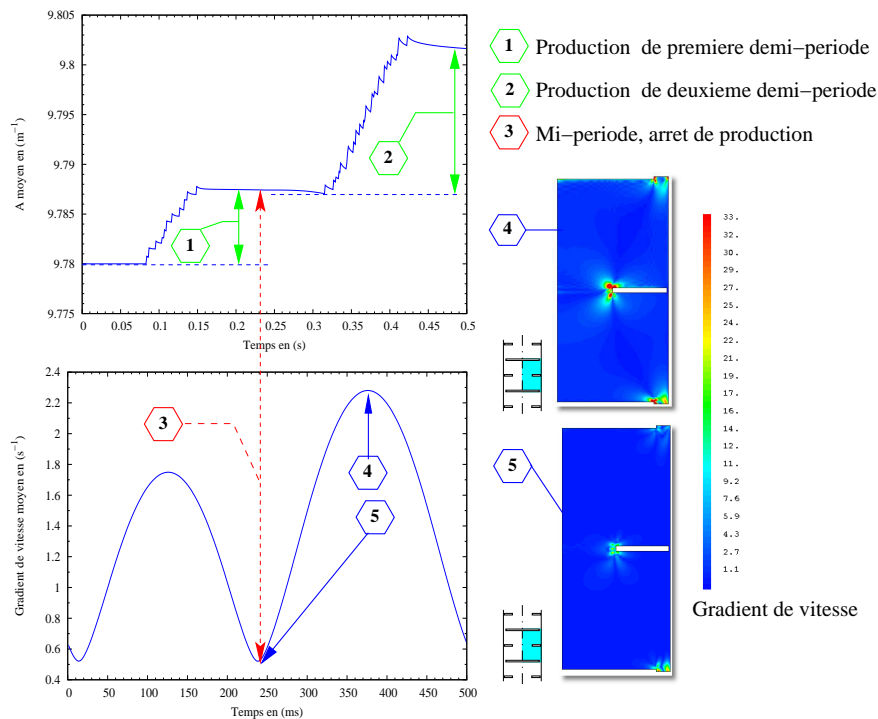


Fig. 7.5 – Evolutions de $\langle A \rangle$ et de $\langle \epsilon \rangle$ à 2Hz au cours d'une période.

L'évolution de l'aire interfaciale contenue dans l'étage à cette fréquence a la même tendance qu' à 1Hz avec une différence de production entre les deux demi-périodes.

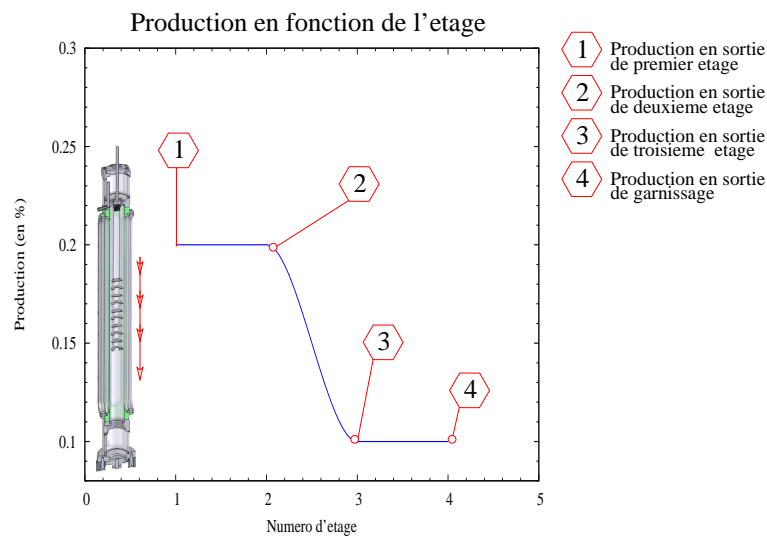


Fig. 7.6 – Évolution de la production en sortie les étages successifs à 2Hz.

La production quant à elle n'excède pas le pourcent, témoignant d'un écoulement dont le pouvoir dispersif est quasi nul. La production mesurée à cette fréquence n'est pas nulle contrairement à ce qu'obtient le modèle. Cette différence met en lumière l'existence de phénomènes de fragmentation indépendants des gradients de vitesse à 2Hz qui ne peuvent être reconstitués par le modèle puisque la physique qui y est implémentée repose sur l'exploitation de ceux-ci.

7.1.4 Conclusion sur la confrontation

Cette phase de confrontation du modèle avec l'expérimentation ne constitue en rien une étape de validation à proprement parler. Il s'agit ici de qualifier la capacité de cette version du modèle à restituer une production d'aire interfaciale volumique correcte en fonction des conditions opératoires.

Les niveaux de production d'aire interfaciale obtenus à 0,5Hz et à 1Hz sont proches des mesures réalisées contrairement à 2Hz. Le pilotage de la fragmentation repose sur l'exploitation des gradients de vitesse créés dans l'écoulement. Ces gradients sont les plus intenses à 0,5Hz et 1Hz expliquant la bonne correspondance entre calcul et expérimentation à ces fréquences. La création d'aire interfaciale volumique mesurée à 2Hz n'est probablement pas entièrement la conséquence des gradients de vitesse. Comme on peut le voir sur la figure (7.7) des gouttes ont tendance à s'accrocher aux montants du garnissage. Lorsque d'autres gouttes viennent en contact avec celles-ci elles coalescent et forment une goutte encore plus grosse. Lorsque la goutte atteint une taille critique qui la rend vulnérable aux mouvements de la phase environnante, elle se fragmente et produit de l'aire interfaciale volumique.

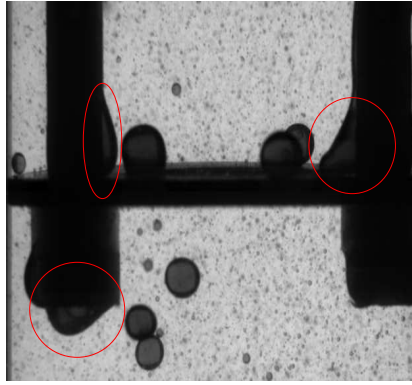


Fig. 7.7 – Photo d’une goutte collée au garnissage. Cette goutte va grossir avec le temps et finir par se fragmenter lorsqu’elle aura atteint une taille critique. Cette forme de fragmentation où les gradient de vitesse de la phase environnante n’a qu’un effet limité vient parasiter la mesure de production. Le matériau constitutif des disques et couronnes est le téflon qui a été choisi pour ses propriétés d’hydrophobie. Les tiges d’entretoise sont quant d’une matière différente et visiblement hydrophiles

Le seuil de fragmentation utilisé est visiblement encore trop élevé pour tenir compte de ce phénomène. Un ajustement ultérieur est toutefois possible pour en tenir compte.

L’estimation du diamètre moyen de la population de gouttes en sortie d’étage en utilisant la relation (7.4) ne permet pas de retrouver des résultats en accord suffisant avec les mesures de taille de gouttes bien que l’ordre de grandeur des diamètres reste acceptable. Un calcul du taux de rétention couplé avec celui de l’aire interfaciale volumique et de la vitesse de la phase dispersée pourrait permettre d’affiner cette partie de la modélisation.

Chapitre 8

Conclusion

Le recours croissant à la modélisation pour apporter des éléments d'aide au dimensionnement des appareils d'extraction liquide-liquide s'est traduit par le développement récent de modèles eulériens dédiés à la simulation de l'hydrodynamique observée dans ces appareils. C'est dans ce contexte que D. LHUILLIER a développé un modèle eulérien dit "*de mélange*" donnant directement accès à l'aire interfaciale volumique au coeur des questions d'efficacité d'appareils dans des conditions opératoires précises pour apporter une contribution à l'amélioration du dimensionnement des colonnes pulsées dédiées à l'extraction liquide-liquide. C'est en se basant sur ces travaux que l'on s'est proposé de fournir une base de données expérimentales de qualification et de validation de ces modèles.

La philosophie propre à la modélisation eulérienne a requis l'acquisition de données particulières, en conformité avec la définition des moyennes exploitées par le modèle. La relative pauvreté de la littérature dans ce domaine, en particulier pour l'aire interfaciale volumique, a conduit au développement de nouvelles méthodes de mesures.

Toutes les acquisitions ont été réalisées en synchronisation avec le cycle de pulsation de la colonne pour permettre l'obtention de ce que l'on a appelé des **moyennes synchrones**. Il s'agit de cartographies donnant le comportement moyen de l'émulsion à un instant donné du cycle de pulsation. Il a ainsi été possible d'obtenir ce qui pourrait être appelé un "*cycle moyen*" que ce soit pour l'aire interfaciale volumique ou le taux de rétention.

Le taux de rétention a été obtenu en exploitant la fluorescence induite par laser des gouttes de phase dispersée qui sont alors seules à apparaître sur les images. L'aire interfaciale volumique est quant à elle obtenue en exploitant des algorithmes de reconnaissance de formes (algorithme de HOUGH). Les programmes de calcul d'aire interfaciale volumique sont utilisables sur des cercles. Lorsque cela s'est avéré nécessaire les ellipses ont été remplacées par les cercles permettant de commettre l'erreur la plus faible possible. Ces méthodes permettent d'obtenir des cartographies donnant, certes, un comportement moyen en termes d'événements mais dont la finesse spatiale dépasse encore les capacités de simulation actuelle du modèle qui ne tient pas compte des effets d'inertie et repose encore sur des hypothèses de faible anisotropie. La base de données que l'on a ainsi constituée a déjà permis de qualifier et de réaliser un premier ajustement du modèle. Elle conserve néanmoins un fort potentiel en terme d'exploitations futures.

La phase de qualification a montré que le modèle est le plus fiable dans les cas où l'agitation communiquée au système par la pulsation est importante. Il s'agit des cas où la fragmentation

visqueuse est la principale source de fragmentation. A l'inverse pour les cas où la production d'aire interfaciale volumique n'est pas inhérente aux gradients de vitesse, il est logiquement beaucoup moins précis. Les conditions opératoires qui ont permis d'effectuer cette première qualification du modèle ne balaient qu'un domaine limité des possibilités d'utilisation d'une colonne pulsée. Une validation plus systématique et traitant plus de cas différents est donc encore nécessaire.

Outre ces aspects de validation, d'autres améliorations concernant le fonctionnement général du modèle sont encore possibles.

De par la forme actuelle du modèle, l'étirement d'une goutte, s'il ne donne pas lieu à de la fragmentation, est instantanément effacé par le terme de retour à l'isotropie. De fait les seules variations d'aire interfaciale volumique données par le modèle sont celles qui viennent d'une fragmentation. Les accroissement d'aire interfaciale dus à des étirement ponctuels et non dispersifs ne sont donc pas visibles bien que calculés.

Lorsque les gouttes sont étirées, l'aire interfaciale réelle est effectivement plus importante et cet accroissement, même temporaire doit à terme pouvoir être pris en compte lorsque l'on cherchera à calculer le transfert d'uranium et de plutonium entre les phases.

Une solution possible consisterait à améliorer l'exploitation de l'anisotropie déjà présente dans le modèle. Lorsqu'un retour à l'isotropie est nécessaire, celui-ci serait effectué de façon progressive jusqu'à annulation de l'anisotropie, la vitesse de ce retour étant alors basée sur le temps de relaxation de l'émulsion.

L'évaluation du diamètre moyen de la population de gouttes en utilisant la relation $D = 6\phi/A$ souffre du fait que le taux de rétention utilisé soit le même partout dans la colonne. En sortie du garnissage, en particulier, le taux de rétention devrait être plus élevé qu'en amont ; les gouttes étant plus petites, leur vitesse de chute est alors plus faible. Cette influence de la taille moyenne de la population et donc du niveau d'aire interfaciale volumique sur la vitesse de la phase dispersée n'étant ni prise en compte ni répercutée sur le taux de rétention, ce dernier se comporte comme une simple concentration transportée par l'écoulement. Notons en outre qu'en plus de l'aire interfaciale volumique, une meilleure connaissance de la vitesse de glissement entre les phases, dans des conditions opératoires données, permettrait d'avoir une information précieuse sur les débits maximaux supportables par la colonne et donc sur sa capacité maximale de traitement.

Si globalement la production d'aire interfaciale volumique est en accord avec la production mesurée expérimentalement, les autres grandeurs comme le taux de rétention et en particulier le diamètre moyen des gouttes n'évoluent pas en cohérence avec le reste.

Le travail de modélisation présenté ici constitue une première tentative de détermination des constantes du modèle et de sa qualification. D'autres développements sont encore nécessaires pour arriver à un outil capable d'accroître substantiellement l'assistance apportée au dimensionnement d'une colonne pulsée.

D'un point de vue expérimental ces travaux ont permis de capitaliser des compétences solides en acquisition de données de type eulérien et de commencer à enrichir une base de données qui devra permettre la validation prochaine de modèles plus évolués que celui qui a été présenté ici.

Glossaire

[A](#) | [C](#) | [D](#) | [F](#) | [J](#) | [M](#) | [P](#) | [S](#) | [T](#)

A

Aire interfaciale volumique

Quantité de surface d'échange entre deux phases contenue dans une unité de volume. [17](#)

Amont

Zone située entre le diffuseur de gouttes et le premier étage du garnissage. [60](#), [91](#)

Anneau

Elément de garnissage assemblé en alternance avec les disques. [110](#)

Aval

Zone située entre la sortie du garnissage et le décanteur bas. [60](#), [91](#)

C

Couronne

Elément de garnissage assemblé en alternance avec les disques, voir couronne. [19](#)

D

Disque

Elément de garnissage. [19](#)

F

Framerate

Nombre d'images par seconde. [54](#), [55](#)

J

Jambe de pulse

Tuyau faisant la liaison entre le système de pulsation et la colonne pulsée. C'est là qu'est injecté l'aire comprimé issu du système de pulsation. Il est plus haut que la colonne en général. [20](#), [53](#)

M

Moyenne synchrone

Cartographie d'un phénomène établie à un instant du cycle de pulsation en moyennant un certain nombre d'images toutes prises au même instant.. [18](#), [53](#), [57](#), [159](#)

P**Production**

Terme désignant la quantité en pourcentage d'aire interfaciale produite dans la colonne. [94](#)

S**Symboles en lettres Grecques**

chi (χ)

Nombre donnant le rapport entre grand axe et petit axe d'une ellipse. [69](#)

Symboles en lettres Romaines

a

Demi petit axe d'ellipse. [68](#)

b

Demi grand axe d'ellipse. [68](#)

Ca

Nombre adimensionnel donnant le rapport entre les forces tendant à déformer une goutte, inertielles ou visqueuses, et celles tendant à la maintenir sphérique (tension interfaciale). [130](#), [135](#)

T**Taux de rétention**

Fraction volumique d'une phase. [28](#), [45](#), [57](#), [59](#), [78](#)

Tirant

Tige servant de structure porteuse au garnissage. [48](#)

Acronymes

F | **T**

F

FAC	Fonctionnement en phase aqueuse continue. 20
FOC	Fonctionnement en phase organique continue. 20

T

TBP	Tributylphosphate. 49
TPH	Tétrapropylène Hydrogéné, Dodécane. 48–50 , 85 , 142

Bibliographie

- [1] LAULAN A. Hydrodynamique et rupture de gouttes dans une colonne pulsée à disques et couronnes. *Thèse de Doctorat INP Toulouse*, 1975.
- [2] MONAVON A. Equation de bilan interfacial. *Rapport technique CEA*, DEN/DM2S/SFME/LTMF/RT/99-009/A, 2004.
- [3] MONAVON A. évolution d’une émulsion dans un procédé de séparation. *Rapport d’avancement, Université PARIS VI*, pages 35–50, 2008.
- [4] STRAVS A. A. and VON STOCKAR U. Measurements of interfacial areas in gas-liquid dispersions by ultrasonic pulse transmission. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 39 :687–692, 2006.
- [5] KOLMOGOROV A.N. On the disintegration of drops in turbulent flow. *Doklady Akad.Nauk.USSR*, 66 :825, 1949.
- [6] HELENBROOK B.T. Quasi-steady deformation and drag of uncontaminated liquid drops. *Internal Journal of Multiphase Flow*, 28 :1631–1657, 2002.
- [7] MARTINEZ BAZAN C. et al. On the break-up of an air bubble injected into a fully developed turbulent flow. *J. Fluid Mech*, 401 :157–207, 1999.
- [8] COULALOGLOU C.A. and TAVLARIDES L.L. Description of interaction processes in agitated liquid-liquid dispersions. *Chemical Engineering Science*, 32 :1289–1297, 1977.
- [9] LEE C.H. et al. Dynamics of bubble size distribution in turbulent gas-liquid dispersions. *Chem. Eng. Commun.*, 61 :181–185, 1987.
- [10] S.L. Chen, C.Z. Lin, and L.J. Guo. Numerical simulation on the mechanism of the drop deformation and breakup in shear flow. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [11] D. Crandall, G. Ahmadi, D.H. Smith, and G. Bromhal. Direct, dynamic measurement of interfacial area within porous media. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [12] GODBILLE F. D. Drop deformation and breakup in combined shear and extensional flows. *Master Thesis*, 1994.
- [13] LHUILLIER D. Phenomenology of the hydrodynamic interactions in suspensions of weakly deformable particles. *J. Phys*, 48(11) :1887–1893, 1987.
- [14] LHUILLIER D. Ensemble averaging in slightly non-uniform suspensions. *Eur. J. Mech, B/Fluids*, 11(6) :649–661, 1992.

- [15] LHUILLIER D. The macroscopic modelling of multi-phase flow. *Flow of Particle in Suspensions*, 370 :39–91, 1996.
- [16] LHUILLIER D. Dynamics of interfaces and and the rheology of immiscible liquid-liquid mixtures. *C. R. Mécanique*, 331 :113–118, 2003.
- [17] SUPARDAN M. D. and MASUDA Y. Use of ultrasonic technique for measuring interfacial area in a two-dimensional bubble column. *Chemical Engineering Science*, 40 :1169–1175, 1985.
- [18] DREW D.A. Mathematical modelling of two phase flow. *Ann. Rev. Fluid Mech*, 15 :261–291, 1983.
- [19] M. DARWISH, A. Abdel Aziz, and F. Moukalled. A coupled finite volume solver for the simulation of disperse multiphase flows. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [20] DOI and OHTA. Dynamics and rheology of complex interfaces. *J. Chem. Phys.*, 95 :1242–1248, 1991.
- [21] KHAYAT R. E. Influence of shear and elongation on drop deformation in convergent-divergent flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 26 :17–44, 2000.
- [22] R.T. Eiswirth and H.-J. Bart. Investigation of binary droplet-coalescence in liquid-liquid systems. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [23] WINDHAB E.J. et al. Emulsion processing from single-drop deformation to design of complex processes and products. *Chemical Engineering Science*, 60 :2101–2113, 2005.
- [24] INNINGS F. et al. Dynamic modelling of the deformation of a drop in a four-roll mill. *Chemical Engineering Science*, 60 :4771–4779, 2005.
- [25] LUO H. and SVENDSEN F. Theoretical model for drop and bubble break-up in turbulent dispersions. *AIChE J.*, 42 :1225–1233, 1996.
- [26] RISSO F. and FABRE J. Oscillation and breakup of a bubble immersed in a turbulent flow. *J. Fluid Mech*, 372 :323–355, 1998.
- [27] HOUGHTON G. The behaviour of particles in a sinusoidal velocity field. *Proc R. Soc.*, 272 :33–43, 1963.
- [28] F. Gaitzsch, A. Gabler, and M. Kraume. Determination of coalescence processes in single water-in-oil-in-water double emulsion globules. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [29] BATCHELOR G.K. The theory of homogeneous turbulence. *Cambridge University Press*, 1956.
- [30] HAND G.L. A theory of anisotropic fluids. *J. Fluid. Mech.*, 13 :33–46, 1962.
- [31] BIRK H., GREVENKOP-CASTENSKIOLD L., et al. Circle detection by image analysis using dynamic generalized hough transform. *Internal student conference at Aalborg University, Denmark*, 1995.
- [32] CORRSIN H. and LUMLEY J. *Appl.Sci.Res. A*, 6 :114, 1956.

- [33] DRYDEN H. et al. Hydrodynamics. *Dover Publications*, 1956.
- [34] LAMB H. Hydrodynamics. *Dover Press New York*, 6th edition, 1932.
- [35] HARALICK and SHAPIRO. Computer and robot vision. *Computer and Robot Vision vol I*, Appendix A, 1992.
- [36] K. Hishida, J. Lelouvetel, and Y. Sato. Recent progress in laser imaging techniques for dispersed two-phase flows. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [37] GRACE H.P. Dispersion phenomena in high viscosity immiscible fluid systems and application of static mixers as dispersion devices. *Chemical Engineering Communications 14*, page 225, 1982.
- [38] NEWTON I. Principia. lib II, prop XXXIX, theorem XXXI. *Cambridge University Press*, 1687.
- [39] ADLER-NISSEN J. Apparatus for emulsion production in small scale and under controlled shear conditions. *IchemE*, Part C :311–319, 2004.
- [40] DUHAMET J. Modélisation du fonctionnement hydrodynamique d’une colonne pulsée à disques et couronnes. *Thèse de Doctorat*, 1 :96, 1986.
- [41] HAPPEL J. and BRENNER H. Low reynolds number hydrodynamic. *2nd edn*, 1958.
- [42] HINZE J. Fundamentals of the hydrodynamics of splitting dispersion processes. *AIChE Journal*, 1 :289–295, 1955.
- [43] LASHERAS J.C. et al. A review of statistical models for the break-up of an immiscible fluid immersed into a fully developed turbulent flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 28 :247–278, 2002.
- [44] VETEAU J.M. and CHARLOT R. Techniques de mesure des aires interfaciales dans un écoulement à bulles. *CEA-R-5075 et CEA-R-5092*, Première partie, 1981.
- [45] C. Josserand, P. Ray, and S. Zaleski. Air entrapment and splashing threshold in drop impacts. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [46] HADAMARD J.S. Mouvement permanent lent d’une sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux. *Compte Rendu des Séances de l’Académie des Sciences*, 152 :1735–1738, 1911.
- [47] FEIGL K. A numerical procedure for calculating droplet deformation in dispersing flows and experimental verification. *Chemical Engineering Science*, 58 :2351–2363, 2002.
- [48] VALENTAS K.J. et al. Analysis of breakage in dispersed phase systems. *Ind. Eng. Chem. Fundamentals*, 5 :271–279, 1966.
- [49] JANSSEN K.M.B. et al. Droplet breakup in concentrated emulsions. *J. Rheol*, 45(1), 2001.
- [50] F. Krause and U. Fritsching. Modelling drop interactions with topological changes in liquid-liquid dispersions. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.

- [51] R. Kurimoto, K. Hayashi, and A. Tomiyama. Terminal velocity of a single drop in a vertical pipe in clean and fully-contaminated systems. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [52] Y. LIU, M. ISHII, and J.R. BUCHANAN. Foundation of the interfacial area transport equation in annular two-phase flows. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [53] BAUDOIN M. Modélisation de l'écoulement diphasique dans une colonne pulsée. *Rapport technique CEA*, DEN/DM2S/SFME/LTMF/RT/04-028/A, 2004.
- [54] KONNO M. et al. Simulations models for break-up process in agitated tank. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 13 :67–73, 1980.
- [55] KONNO M. et al. Scale effect on break-up process in liquid-liquid agitated tank. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 16 :312–319, 1983.
- [56] R. Maniero, O. Masbernat, E. Climent, and F. Risso. Modelling and simulation of drop break-up downstream of an orifice. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [57] BURATTI M.F. Etude des phénomènes de mélange axial dans les colonnes pulsées équipées de garnissage disques-couronnes. *Thèse de Doctorat INP de Lorraine*, 1988.
- [58] PRINCE M.J. and BLANCH H.W. bubble coalescence and break-up in air sparged bubble columns. *AIChE J.*, 36 :1485–1499, 1990.
- [59] MIETUS W. G. P. Droplet deformation in confined shear and extensional flow. *Chemical Engineering Science*, 57 :1217–1230, 2001.
- [60] MAFFETTONE P.L. and MINALE M. Equation of change for ellipsoidal drops in viscous flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 78 :227–241, 1998.
- [61] BUDWIG R. Refractive index matching methods for liquid flow investigations. *Experiments in fluids*, 17 :350–355, 1994.
- [62] DI FELICE R. The particle-in-a-tube analogy for a multiparticle suspension. *Int. J. Multiphase Flow*, 22 :515–525, 1996.
- [63] HAYWOOD R.J., RENKSIZBULUT M., and RAITHBY G.D. Numerical solution of deforming and evaporating droplets at intermediate reynolds number. *Numer Heat Transfert*, Part A 26 :253–272, 1994.
- [64] CURL R.L. Note on light transmission through a polydisperse dispersion. *A.I. Ch. E.J.*, 20 :184, 1974.
- [65] GALINAT S. Etude expérimentale de la rupture de gouttes dans un écoulement turbulent. *Thèse de Doctorat*, 1 :11, 2005.
- [66] LE GARREC S. Modélisation et simulation numérique de l'écoulement et de la dispersion d'un contaminant dans une colonne pulsée. *Thèse de Doctorat CNAM*, 1992.
- [67] R. Skartlien, E. Sollum, T.B. Kjeldby, P. Meakin, and K. Furtado. Simulation of oil/water interfacial dynamics in the presence of surfactant, using the lattice boltzmann approach. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.

- [68] ROSS S.L. and CURL R.L. Measurements and models of the dispersed phase mixing process. *Joint Chemical Engineering Conference Vancouver*, Paper 29b, 1973.
- [69] Chyi-Yeou Soong. Flow structure between two co-axial disks rotating independently. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 27 :295–311, 2003.
- [70] G.I. Taylor. The formation of emulsion in definable field of flow. In *Proc. R. Soc. A. 146*, pages 501–523, 1934.
- [71] G. Tomar, D. Fuster, S. Zaleski, and S. Popinet. Multiscale simulation of gas assisted liquid jet break up. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [72] FIDLERIS V. and WITMORE R.L. Experimental determination of the wall effect for spheres falling axially in cylindrical vessels. *Brit. J. Appl. Phys.*, 12 :490–494, 1961.
- [73] M.R. Vetrano, F. Lebeau, A. Parente, and M. Riethmuller. Droplet internal recirculation measurement by Micro-PIV. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [74] LEVICH V.G. Physicochemical hydrodynamics. *Prentice Hall*, 1962.
- [75] S. Vincent, C. Caruyer, J.L. Estivalezes, P. Trontin, and J.-P. Caltagirone. Hybrid eulerian-lagrangian methods for free surface flow simulations. In *7th International Conference on Multiphase Flow (ICMF 2010)*, Tampa, Florida, USA, June 2010.
- [76] OH W.Z. Analyse du fonctionnement hydrodynamique d’une colonne pulsée à disques et couronnes. *Thèse de Doctorat INPT*, 1983.
- [77] HALJASMAA Y.V. On the drag of fluid and solid particles freely moving in a continuous medium. *PhD Thesis at the University of Pittsburgh*, 2000.

Annexe A

Interface de mesure d'anisotropie

La figure suivante illustre l'utilisation combinée de l'image contenant les gouttes et du champ de vitesse fourni par Castem.

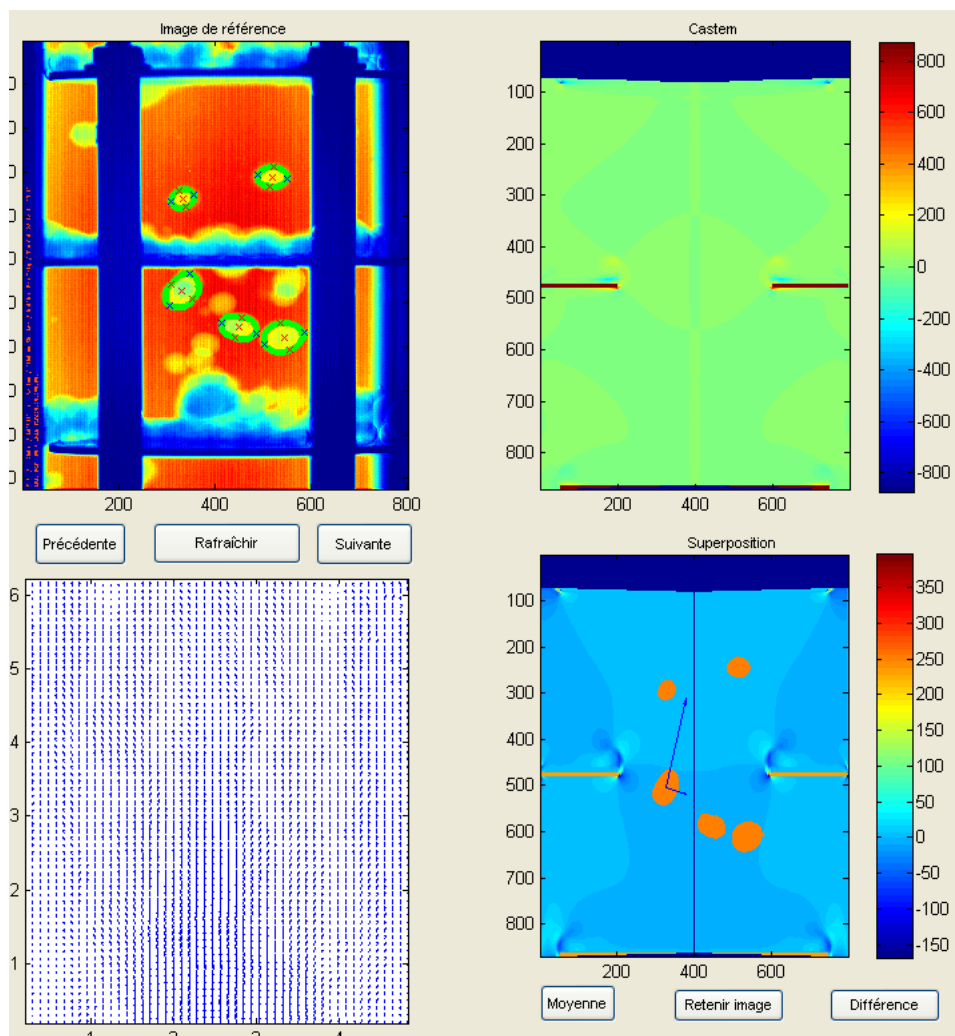


Fig. A.1 – Exploitation combinée de l'image et du champ de vitesse

Annexe B

Montage électronique

B.1 Montage de traitement électronique

Le signal mesuré dans la partie immergée de la jambe de pulse subit un certain nombre de traitements avant d'être exploitable pour le déclenchement de la caméra. Les ordres de prise de vue sont envoyés à la caméra par un boîtier DG¹ qui crée un signal TTL à partir d'une valeur seuil de la dérivée. Les étapes du traitement sont reprises dans le schéma (B.1).

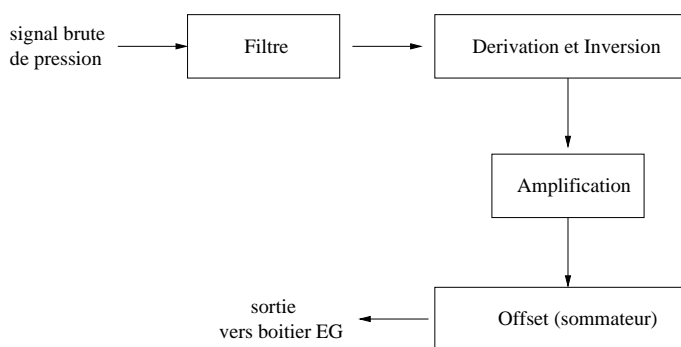


Fig. B.1 – Description schématique du traitement effectué.

Le montage sommateur ajoute une composante continue ajustable qui a le bon goût de permettre le placement du seuil de déclenchement² à l'instant souhaité par rapport au signal de pression brute. Les retards qui ont été créés par les filtrages répétés du signal brute peuvent ainsi être effacés sans difficulté (*cf.* B.2).

¹Stanford Research System DG535

²2,5V

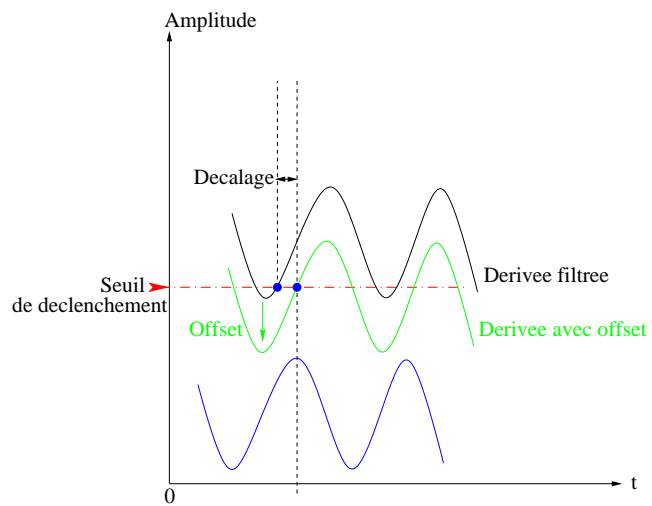


Fig. B.2 – Effets de l'offset appliqué au signal dérivé. L'effet est le même si l'offset est positif et que l'on déclenche sur front descendant..

Annexe C

Conversion de données PIV vers Castem

Pour des raisons pratiques, les champs PIV fournis par Matlab® vont être injectés dans Castem® pour calculer **D**. Pour rendre cela possible il est nécessaire de convertir les champs PIV en objets Castem® appelés **CHAMPOINTS**. Le script de conversion, fraîchement développé, s'appelle `piv2castem.dgibi`.

Structure des données PIV

Les données PIV sont stockées sous forme de matrices. Une pour chaque coordonnée et une pour chaque composante de vitesse. Les coordonnées étant en pixels, leur exploitation par Castem® requiert une conversion en unités métriques¹. Les vitesses sont en *cm/s*. Les matrices de coordonnées sont organisées de la façon suivante :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1 \\ \dots \\ \dots \\ x_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} x_2 & \dots & \dots & x_n \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} y_m & y_m & \dots & \dots & y_m \end{bmatrix} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_2 & y_2 & \dots & \dots & y_2 \\ y_1 & y_1 & \dots & \dots & y_1 \end{bmatrix}$$

Les couples (x_i, y_i) donnent la position en pixel de chaque noeud du maillage PIV. Les matrices des composantes de vitesses sont organisées de façon à ce qu'il y ait une correspondance entre leur indices (i, j) et ceux des coordonnées.

Par exemple le vecteur de composantes $u_{2,1}$ et $v_{2,1}$ sera construit au point de coordonnées (x_1, y_{m-1}) . Nous allons donc exploiter respectivement les premières lignes et colonne des matrices **x** et **y** pour construire le maillage. L'échelle peut être facilement déduite de la taille des éléments de garnissage se trouvant dans la photo PIV.

Conversion PIV-CHPO

Pour réaliser la conversion nous réorganisons les quatre matrices PIV en une seule contenant quatre colonnes et autant de lignes qu'il y a de noeuds dans le maillage. Cette nouvelle matrice

¹utilisation d'une échelle

est ensuite stockée sous forme de fichier ASCII dont l'organisation est la suivante :

$$\begin{bmatrix} dx & dy & nbx & nby \\ x_1 & y_1 & u_1 & v_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{m \times n} & y_{m \times n} & u_{m \times n} & v_{m \times n} \end{bmatrix}$$

Les deux premières lignes sont utilisées pour générer le support géométrique du CHPO. dx et dy sont les pas d'espace suivant x et y , nbx et nby les nombres de noeuds dans les directions x et y . La deuxième ligne contient les informations relatives au noeud se trouvant dans le coin inférieur gauche du maillage. Les lignes suivantes correspondent aux noeuds voisins sur le même segment. Une fois un segment terminé on passe à celui du dessus. Castem va donc construire le nouveau CHPO point par point.

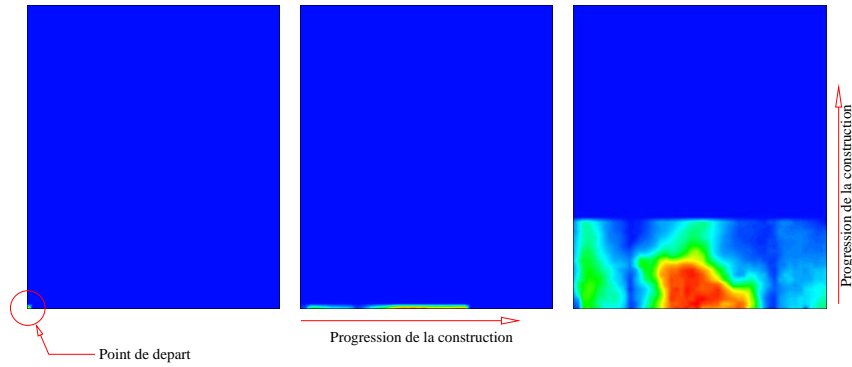


Fig. C.1 – Reconstitution point par point des iso-valeurs de normes de vitesse PIV par **Castem**. On commence par le coin inférieur gauche pour finir par le coin supérieur droit.

Bien qu'un peu lente la reconstitution par **Castem** est correcte voire meilleure que l'originale puisque la taille des vecteurs vitesse y reproduit fidèlement l'intensité de la vitesse. Maintenant que la conversion est faite il est possible d'obtenir, à partir des champs PIV, les gradients de vitesse mesurés.

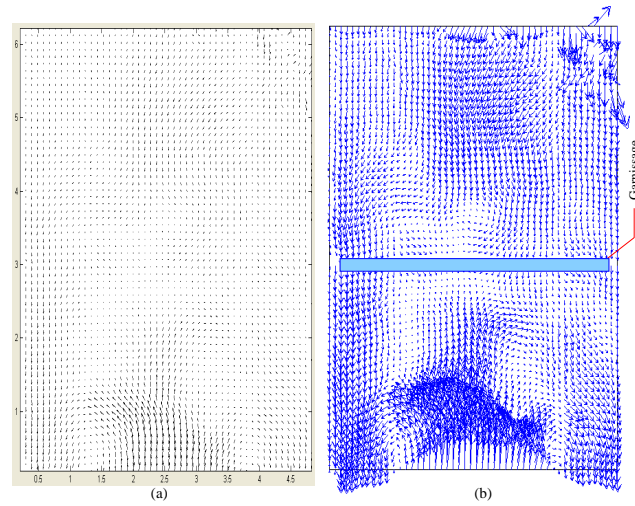


Fig. C.2 – (a) Champ PIV original, (b) champ reconstitué par **Castem**. La taille des vecteurs reconstitués est proportionnelle à l'intensité réelle de la vitesse contrairement à ce que l'on voit dans le champ PIV où le dimensionnement des vecteurs est automatiquement géré par Matlab® pour éviter d'éventuelles superpositions.